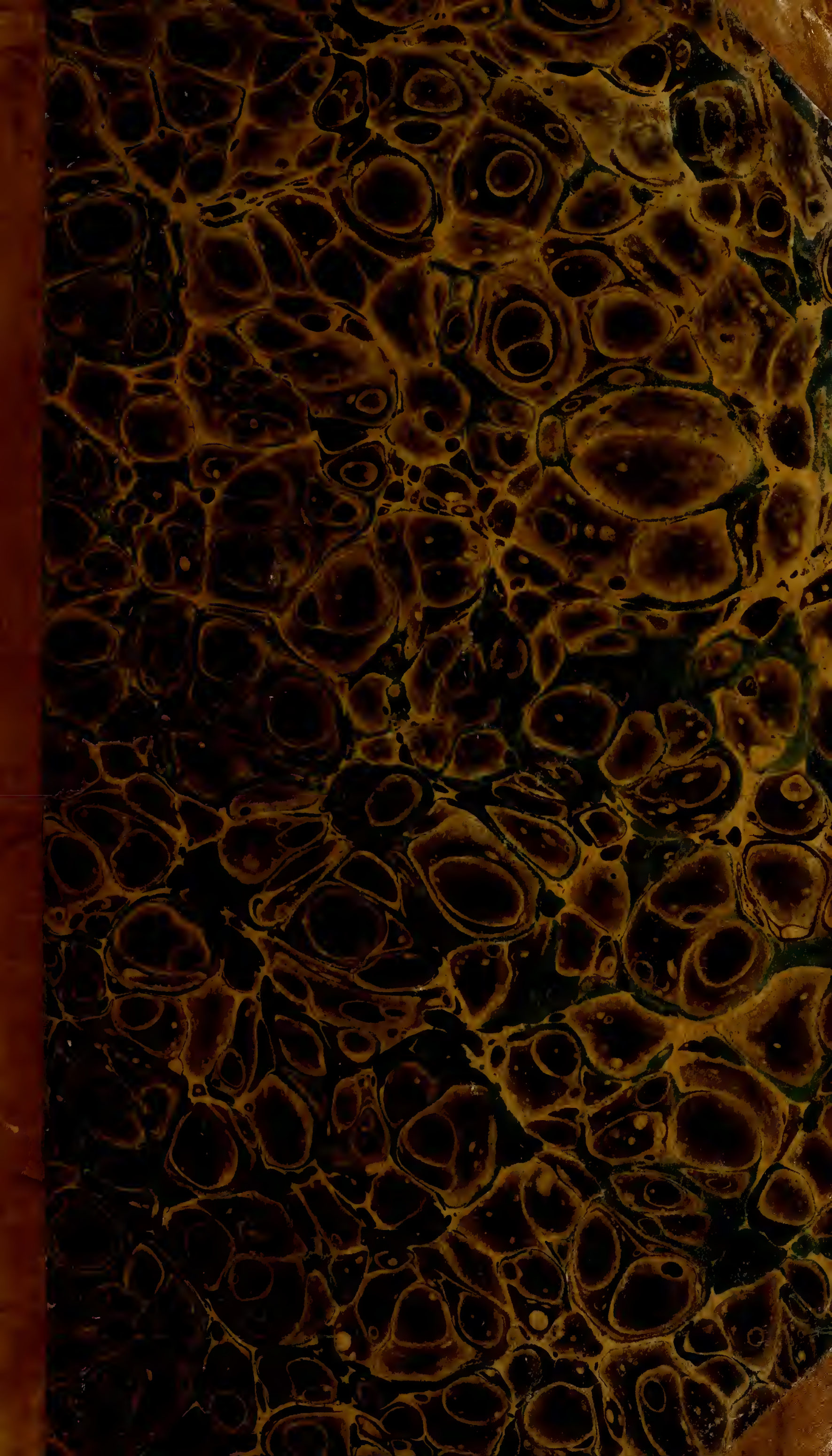


ИЗСЛѢДОВАНІЕ

СВѢТЛЫХЪ ЯВЛЕНІЙ,

ВИДИМЫХЪ ИНОГДА НА НЕБѢ ВЪ ОПРЕДѢЛЕННОМЪ ПОЛОЖЕНІИ ВЪ РАЗСУЖДЕНІИ СОЛНЦА ИЛИ ЛУНЫ;

Заслуженнаго Профессора

ТИМОФЕЯ ОСИПОВСКАГО.

МОСКВА.

Въ Типографіи Семена Селивановскаго

1827.

Печатать позволяется съ тѣмъ, чтобы по напечатаніи, до выпуска изъ Типографіи, представлены были въ Цензурный Комитетъ: одинъ экземпляръ сей книги для Цензурнаго Комитета, три для Департамента Министерства Народнаго Просвѣщенія, два экземпляра для Императорской Публичной Библіотеки и одинъ для Императорской Академіи Наукъ. Москва, 1827 года Апрѣля 18 дня. Рукопись разсматривалъ Ординарный Профессоръ, Надворный Совѣтникъ

Дмитрій Перевощиковъ.

ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЕ.

Въ Харьковскомъ Университетѣ, по манеимѣнію Профессора прикладной Математики, преподавалъ я нѣкоторыя части сей послѣдней, въ томъ числѣ и Оптику. Я взялъ для руководства въ семъ, по примѣру Парижскаго Филотехническаго училища, Оптику знаменитаго Лакаля. Какъ въ ней о нѣкоторыхъ оптическихъ явленіяхъ, какъ на пр. о свѣтлыхъ полосахъ и пятнахъ, видимыхъ иногда въ извѣстномъ положеніи въ разсужденіи солнца или луны, совсемъ не упомянуто, и я не находилъ нигдѣ удовлетворительнаго ихъ объясненія, но желалъ, по возможности, обяснить ихъ студентамъ удовлетворительнѣе: то началъ самъ разсуждать о произхожденіи сихъ явленій.

Не льзя иначе себѣ представить, какъ что сіи явленія производятся оными свѣтилами въ веществахъ водяныхъ

плавающихъ въ воздухѣ. Но сіи водянистыя вещества не могутъ быть ни водяныя капли, ни какія либо другія образованія воды въ текучемъ ли, въ замерзшемъ ли, состояніи; ибо, по причинѣ большой тяжести ихъ относительно къ тяжести воздуха, онѣ въ немъ, особливо довольно высоко, плавающими держаться не могутъ, а не замѣчено, чтобы во время таковыхъ явленій онѣ падали въ такомъ количествѣ, чтобы могли произвесть значительное и непрерывное явленіе свѣта. Слѣдовательно сіе состояніе воды должно быть или паровое или гасообразное. Какого вида и какъ расположены бываютъ между собою и къ частицамъ воздуха частицы водянистыя въ гасообразномъ ихъ состояніи въ воздухѣ, то не извѣстно; а слѣдовательно и никакого сужденія о взаимномъ дѣйствіи между ними и свѣтомъ сдѣлать не можно; остается только прибѣгнуть къ водянымъ парамъ. Фигура сихъ паровъ, по причинѣ равнаго на каждую паринку со всѣхъ сторонъ давленія воздуха, должна быть

шарообразная, подобная мыльнымъ пузырькамъ, коими забавляются дѣти; или лучше она должна быть такова, каковы мы видимъ выходящіе пары изъ кипящей воды. Но въ мыльныхъ пузырькахъ оболочка находится въ состояніи текучей воды съ разпущеннымъ въ ней мыломъ; а въ какомъ состояніи сія оболочка находится въ парахъ, о томъ не извѣстно; тѣмъ менѣе извѣстно состояніе сей оболочки въ парахъ находящихся высоко въ воздухѣ. Столь же неизвѣстно, причиняетъ ли какую либо перемѣну въ фигурѣ и составѣ ихъ измѣненіе температуры. Правда мы видимъ, что въ очень холодное время падаютъ изъ воздуха шестиугольныя звѣздочки, изъ коихъ обыкновенно составлены бываютъ снѣжины при паденіи снѣга; но не извѣстно, пары ли сперва изъ гасообразнаго состоянія воды образуются, а потомъ изъ сихъ звѣздочки; или сіи звѣздочки образуются прямо изъ гасообразнаго состоянія воды. При сей неизвѣстности разныхъ формъ и состава водянистыхъ веществъ, въ коихъ онѣ въ атмосферѣ

существовать могутъ, я рѣшился изслѣдовать только всѣ случаи свѣтлыхъ явленій, кои дѣйствіе солнечнаго или луннаго свѣта произвесть можетъ въ паровомъ или пузырчатомъ состояніи воды, предположивъ, что таковыми парами наполненъ, въ значительномъ возвышеніи отъ земли, довольно толстой слой атмосферы, горизонтально на нѣсколько верстъ въ длину и ширину простирающійся.

По совершеніи сего изслѣдованія отдалъ я его въ 1817 году въ состоящее при Харьковскомъ Университетѣ ученое общество, въ коемъ я имѣлъ честь быть предсѣдателемъ; но въ скоромъ времени засѣданія сего общества прекратились, и невѣроятно, чтобъ оное мое разсужденіе, хотя бы общество и начало продолжать свои дѣйствія, вышло скоро въ свѣтъ; потому я перечитавъ его снова, и во многихъ мѣстахъ поправивъ и дополнивъ, рѣшился издать его отъ себя.

ИЗСЛѢДОВАНІЕ
СВѢТЛЫХЪ ЯВЛЕНІЙ,

ВИДИМЫХЪ ИНОГДА НА НЕБѢ ВЪ ИЗВѢСТНОМЪ ПОЛОЖЕНІИ ВЪ РАЗСУЖДЕНІИ СОЛНЦА ИЛИ ЛУНЫ.

§ 1.

Разсмотримъ сперва, не можетъ ли въ такомъ съ плавающими парами слоѣ воздуха произойти свѣтлаго явленія отъ простаго освѣщенія сихъ паровъ; а потомъ приступимъ къ изслѣдованію, какія свѣтлыя явленія могутъ въ немъ произойти отъ преломленія и отраженія лучей свѣта въ плавающихъ въ немъ пузырькахъ.

§ 2.

Пусть QAR (черт. 1) представляетъ прорѣзъ земнаго шара, произведенный одною изъ вертикальныхъ плоскостей QAR соотвѣтствующихъ мѣсту A; C центръ земной; Z зенитъ мѣста A; GBJ, KDL предѣлы наполненнаго водяными пузырьками слоя воздуха, коего толщина DB очень мала въ сравненіи съ вышиною его AB. Пусть будетъ радіусъ земли $CA=r$; $CE=CB=\varrho$; $AD=h$; $DB=f$; $AE=z$; уголъ $EAB=\eta$; причемъ h есть

величина очень малая въ сравненіи съ r и ϱ, и f очень малая въ сравненіи съ h. Изъ треугольника AEC получится

$\varrho\varrho = rr + zz + 2rz\,Cos.\eta$, и $Cos.CEA = Cos.\xi = \frac{\varrho\varrho + zz - rr}{2\varrho z}$.

Вообразимъ на поверхности слоя при E неизмѣримо малую квадратную площадку, имѣющую бокъ $EF = \gamma$ по направленію вертикальнаго круга, а другой γ по перпендикулярному къ нему направленію, то толстота s слоя воздуха пузырьками наполненнаго, на сей площадкѣ стоящаго, будетъ $f\gamma\gamma$. Вообразимъ потомъ стоящую на основаніи $\gamma\gamma$ пирамидку, имѣющую верьхъ въ A, то часть ея внутрь онаго слоя заключающаяся будетъ также, безъ чувствительной ошибки, $= f\gamma\gamma$. Опишемъ изъ A, внутрь уголка $EAF = \psi$, радіусомъ AE дугу ES, то будетъ $ES = \gamma\,Cos.\xi = z\psi$; посему будетъ $\gamma = \frac{z\psi}{Cos.\xi}$, и величина $s = f\gamma\gamma = \frac{fz^2\psi^2}{Cos.^2\xi} = \frac{4f\varrho\varrho z^4\psi\psi}{(\varrho\varrho - rr + zz)^2}$. Назначимъ густоту пузырьковъ въ ономъ слоѣ, т. е. количество пузырьковъ на пр. въ кубическомъ его футѣ, чрезъ δ, то количество пузырьковъ въ оной частицѣ $f\gamma\gamma$ слоя будетъ $\delta s = \frac{4\delta f\varrho\varrho z^4\psi\psi}{(\varrho\varrho - rr + zz)^2}$. Посему, предположивъ плотность δ и толщину слоя f вездѣ равными, количество пузырьковъ усматриваемое изъ

A въ томъ же видимомъ пространствѣ $\psi\psi$ будетъ пропорціонально функціи $\frac{z^4}{(\varrho\varrho - rr + zz)^2}$, т. е. функціи $\left(\frac{zz}{\varrho\varrho - rr + zz}\right)^2$; и какъ $\varrho\varrho - rr = AT^2 = h\,(2\,r + h)$, то будетъ оно пропорціонально функціи $\left(\frac{zz}{2rh + hh + zz}\right)^2$. Выраженіе сіе показываетъ, что количество пузырьковъ слоя, могущихъ посылать свѣтъ въ глазъ изъ разныхъ точекъ неба, отъ зенита къ горизонту сильно возрастаетъ, и при горизонтѣ бываетъ наибольшее; такъ что вертикальное количество содержится къ горизонтальному, какъ hh къ $\varrho\varrho$, т. е. какъ квадратъ высоты слоя къ квадрату радіуса земли увеличеннаго высотою слоя.

Какъ свѣтъ, идущій отъ каждой точки предмета, распространяясь въ пустомъ пространствѣ, долженъ изрѣжаться въ содержаніи квадратовъ разстояній, то, буде бы воздухъ не поглощалъ проходящаго чрезъ него свѣта, видимая густота свѣта въ слоѣ должна бы быть въ прямомъ содержаніи количества пузырьковъ бросающихъ его, и въ обратномъ квадрата разстояній ихъ отъ глаза, а посему должна бы быть пропорціональна количеству $\left(\frac{z}{2hr + hh + zz}\right)^2$. Такимъ образомъ, буде бы воздухъ не поглощалъ проходящаго чрезъ него свѣта, свѣтлость слоя

по вертикальному направленію содержалась бы къ свѣтлости его по горизонтальному направленію, какъ $h(2r+h)$ къ $(r+h)^2$, или почти какъ $2h$ къ r; а посему свѣтлость слоя при горизонтѣ была бы несравненно болѣе свѣтлости его по вертикальному направленію. Впрочемъ и при поглощеніи свѣта воздухомъ, когда находится въ воздухѣ слой паровъ, должно казаться тѣмъ свѣтлѣе, чѣмъ ближе къ горизонту.

§ 3.

Лучи свѣта, достигши отъ свѣтила до слоя водяныхъ пузырьковъ, могутъ въ оболочкѣ ихъ преломляться, или отражаться какъ отъ наружной, такъ и отъ внутренней, ея поверхности. Какъ преломленіе, такъ и отраженіе луча происходить будетъ по плоскости проходящей чрезъ направленіе луча и центръ пузырька. Преломленный при входѣ въ пузырекъ лучь, по достиженіи въ оболочкѣ его внутренней поверхности ея, отчасти выйдетъ вонъ, отчасти же, какъ при радугѣ, отразится внутрь его, и потомъ, описавъ вторую хорду, частію выйдетъ вонъ, частію же отразится внутрь; и такъ далѣе. Лучь, отраженный однимъ пузырькомъ, или по преломленіи изъ него вышедшій, можетъ упасть на второй близкой къ нему пузырекъ, и отъ него получить та-

кія же измѣненія, какія претерпѣлъ въ первомъ пузырькѣ; и такъ далѣе.

§ 4.

Пусть *BGPK* (черт. 2) представляетъ такой водяной пузырекъ, коего оболочку изображаетъ пространство заключающееся между *BGPK* и *bgpk*; и положимъ, что направленіе лучей отъ центра свѣтила приходящихъ изображаетъ линѣя *AC*. Тѣ лучи, кои пройдутъ чрезъ внутреннюю пустоту пузырька, выйдутъ изъ него сами себѣ паралельны; но лучи *DB*, *NO* и проч., кои пройдутъ чрезъ водяную оболочку не входя во внутреннюю пустоту, и выйдутъ вонъ, отъ преломленія дважды измѣнятъ свое направленіе: во первыхъ при входѣ *B*, *O* въ пузырекъ, а во вторыхъ при выходѣ *G*, *P*; и пересѣкшись съ осью лучей *AC* въ *I* разходиться будутъ въ видѣ свѣтлой конусообразной поверхности. Пусть уголъ *BCA*, равняющійся углу паденія *CBE*, будетъ ζ, уголъ же преломленія *GBC* будетъ η, то уголъ *EBF* будетъ $\zeta - \eta$, и уголъ *GIC*, опредѣляющій цѣлое преломленіе луча *DB*, будетъ $2(\zeta - \eta)$; при чемъ, по общему закону преломленій, будетъ $Sin.\ \eta = n.\ Sin.\ \zeta$, разумѣя подъ n знаменателя преломительности оболочки пузырька, то есть постоянное содержаніе синуса угла паденія къ синусу угла преломленія въ оболочкѣ пузырька.

Чѣмъ болѣе ζ, тѣмъ болѣе будетъ и η, и тѣмъ разность между ζ и η будетъ также болѣе, а посему тѣмъ и цѣлое преломленіе луча будетъ болѣе. Дабы сіе усмотрѣть, возьмемъ дифференціалъ уравненія $Sin.\ \eta = n.\ Sin.\ \zeta$, то получимъ $\delta\zeta = \frac{\delta\eta.\ Cos.\ \eta}{n.\ Cos.\ \zeta} = \frac{\delta\eta.\ Cos.\ \eta}{\sqrt{(nn - Sin.^2\eta)}}$. Пусть будетъ $nn = 1 - kk$, то

будетъ $\delta\zeta = \frac{\delta\eta.\ Cos.\ \eta}{\sqrt{(Cos.^2\eta - kk)}} = \frac{\delta\eta}{\sqrt{(1 - kk.Sec.^2\eta)}} =$

$$\delta\eta \left\{ 1 + \frac{1}{2}\, kk\ Sec.^2\,\eta + \frac{1.\ 3}{2.\ 4}\, k^4\ Sec.^4\,\eta + \frac{1.\ 3.\ 5}{2.\ 4.\ 6}\, k.^6\ Sec.^6\,\eta + \ldots\ldots \right\},$$

и чрезъ интегрованіе найдется

$$\zeta = \eta + \frac{1}{2} kk.tang.\eta + \frac{1}{8} k^4 tang.\eta(3 + tang.^2\eta) + \ldots.;$$

посему будетъ

$$\zeta - \eta = \frac{1}{2} kk.tang.\eta + \frac{1}{8} k^4 tang.\eta(3 + tang.^2\eta) + \ldots.,$$

т. е. $\zeta - \eta$ увеличивается вмѣстѣ съ $tang.\ \eta$, а посему вмѣстѣ съ углами ζ и η.

Изъ сего слѣдуетъ, что есть такіе углы $\zeta = \alpha < 90^0$ и $\zeta = 90^0$, между которыми падающіе на пузырекъ лучи по первомъ преломленіи описываютъ хорды внутрь оболочки пузырька, такъ что при углѣ $\zeta = \alpha$ преломленный лучь касается самой полости пузырька, а при $\zeta = 90^0$ наиболѣе отъ сея полости удаляется; слѣдовательно естьли назначимъ

радіусы наружной и внутренней поверхности оболочки чрезъ r и ϱ, то будетъ $n. Sin. \alpha = \frac{\varrho}{r}$.

§ 5.

Естьли лучь, вошедшій въ пузырекъ и отклонившійся чрезъ то отъ своего направленія на уголъ $\zeta - \eta$, прошедъ хорду въ пузырькѣ, отразится внутрь пузырька, то при семъ отраженіи отклонится онъ отъ предшествовавшаго направленія на уголъ $180^0 - 2\eta$, а потомъ при выходѣ опять отклонится на уголъ $\zeta - \eta$; посему цѣлое его отклоненіе отъ начальнаго направленія будетъ $\zeta - \eta + 180^0 - 2\eta + \zeta - \eta = 180^0 + 2\zeta - 4\eta$.

§ 6.

Естьли лучь DB, упадшій на пузырекъ подъ угломъ паденія ζ, отъ него отразится, то, поелику уголъ отраженія SBT равенъ углу паденія SBD, уклоненіе TBE сего луча отъ его начальнаго направленія будетъ $180^0 - 2\zeta$, притомъ въ противную сторону въ разсужденіи уклоненія причиняемаго преломленіемъ. Лучь, вошедшій въ пузырекъ внѣ оныхъ предѣловъ $\zeta = \alpha$ и $\zeta = 90^0$, частію войдетъ въ полость пузырька, частію же отъ внутренней поверхности оболочки отразится; и какъ онъ при первомъ преломленіи отклонится отъ начальнаго своего напра-

вленія на уголъ $(\zeta - \eta)$, потомъ отъ сего направленія отклонится чрезъ отраженіе на уголъ $2\eta'$, разумѣя $Sin.\ \eta' = \frac{r}{\varrho} Sin.\ \eta$, а наконецъ при выходѣ опять отклонится на уголъ $(\zeta - \eta)$, то все его отклоненіе будетъ $2\eta' - 2\eta + 2\zeta$, или лучше $180^0 - 2\zeta - 2\eta' + 2\eta$, гдѣ η' нѣсколько болѣе нежели η; а именно, естьли мы назначимъ η' чрезъ $\eta + \omega$, то близко къ истиннѣ будетъ $\omega = \frac{r-\varrho}{\varrho} tang.\ \eta$, и $\eta' = \eta + \frac{r-\varrho}{\varrho} tang.\ \eta$, такъ что оное отклоненіе будетъ $180^0 - 2\zeta - 2\left(\frac{r-\varrho}{\varrho}\right) tang.\eta = 180^0 - 2\zeta - \frac{2(1-n)}{n} tang.\ \eta$.

§ 7.

Пусть C (черт. 3) представляетъ опять водяной пузырекъ, SC направленіе лучей солнца падающихъ изъ его центра на оный, кои по выходѣ изъ пузырька разходятся отъ I конусообразно. Пусть на боку сего конуса будетъ въ O глазъ зрителя, то линѣя OS, проведенная изъ него параллельно линѣѣ CS, придетъ въ центръ солнца. Проведемъ чрезъ глазъ O и центръ пузырька C прямую линѣю OCM, то плоскость MOS проходящая чрезъ сію линѣю и центръ солнца S разсѣчетъ оный свѣтлый конусъ пополамъ, и лучи въ прорѣзѣ IO находящіеся войдутъ въ глазъ, отъ чего на направленіи OI, или, по чрезвычайной малости угла IOC, на линѣѣ OC будетъ

видимо на небѣ маленькое свѣтлое пятно. Угольное разстояніе сего свѣтлаго пятна отъ центра солнца будетъ $= HIO = IOS = 2(\zeta - \eta)$, которой уголъ когда назначимъ чрезъ θ, то будетъ $\theta = 2(\zeta - \eta)$. Какъ сіе же сужденіе приложить можно ко всѣмъ пузырькамъ, чрезъ кои и чрезъ центръ солнца плоскость изъ глаза проведена быть можетъ, то изъ сего слѣдуетъ, что около солнца, въ разстояніи отъ него на уголъ $\theta = 2(\zeta - \eta)$, будетъ глазъ O видѣть свѣтлой тонкой поясокъ, коего, по § 2, нижняя часть будетъ свѣтлѣе верхней.

Какъ знаменатель преломительности n для лучей разныхъ цвѣтовъ различенъ, то, собственно говоря, тотъ же глазъ увидитъ нѣсколько свѣтлыхъ разноцвѣтныхъ полосокъ происходящихъ отъ разныхъ пузырьковъ, находящихся въ разныхъ угольныхъ разстояніяхъ отъ центра солнца, подобно какъ бываетъ въ радугѣ; а притомъ таковыя же тонкія разноцвѣтныя полоски произойдутъ отъ каждой точки поверхности солнечной; но мы, для большаго удобства, говорить пока будемъ только о полоскѣ происходящей отъ центра солнца, что приложить можно и къ полоскамъ происходящимъ отъ каждой другой точки солнца; притомъ о полоскѣ одного какаго либо цвѣта.

Какъ уголъ ζ считается отъ направленія CS, и уголъ $MCS = \theta$ составляетъ часть его;

то, если назначится дополненіе сего угла θ до ζ чрезъ ψ, будетъ $\zeta=\theta+\psi$, и оное уравненіе $2(\zeta-\eta)=\theta$ обратится въ $2(\eta-\psi)=\theta$, гдѣ уголъ ψ считается изъ центра пузырька отъ направленія CM чрезъ глазъ и центръ пузырька проходящаго. Когда сіе послѣднее уравненіе имѣетъ мѣсто, тогда глазъ необходимо находится на свѣтлой поверхности конуса пузырькомъ причиняемой.

Изъ уравненія $2(\zeta-\eta)=\theta$ получится $\zeta=\eta+\frac{1}{2}\theta$; посему $n Sin.\zeta=Sin.\eta=n(Sin.\eta\, Cos.\frac{1}{2}\theta + Sin.\frac{1}{2}\theta\, Cos.\eta)$; откуда найдется $tang.\eta = \frac{n.Sin.\frac{1}{2}\theta}{1-n.Cos.\frac{1}{2}\theta}$, и $tang.\zeta=\frac{tang.\eta+tang.\frac{1}{2}\theta}{1-tang.\eta\, tang.\frac{1}{2}\theta} = \frac{Sin.\frac{1}{2}\theta}{Cos.\frac{1}{2}\theta-n}$. Изъ уравненія же $2(\eta-\psi)=\theta$ или $\psi=\eta-\frac{1}{2}\theta$ найдется $tang.\psi=\frac{n Sin.\theta - Sin.\frac{1}{2}\theta}{Cos.\frac{1}{2}\theta - n Cos.\theta}$.

§ 8.

Предъидущее уравненіе показываетъ, что тангенсъ угла ζ возрастаетъ вмѣстѣ съ угломъ θ, и при $Cos.\frac{1}{2}\theta=n$ становится безконечнымъ. И какъ уголъ θ означаетъ угольное разстояніе пузырька отъ центра солнца, при которомъ лучи солнца преломленные въ немъ могутъ притьти въ глазъ зрителя; то сіе уравненіе показываетъ вмѣстѣ, что буде бы только толщина оболочки пузырька позволяла, преломленные лучи солнца могли бы притьти въ глазъ зрителя отъ многихъ

пузырьковъ имѣющихъ значительную разность въ видимыхъ разстояніяхъ отъ солнца. Предѣлъ разстоянія θ, далѣе котораго пузырьки не могутъ присылать въ глазъ зрителя лучей, опредѣляется угломъ $\zeta=90^0$, ибо далѣе сего угла лучи солнца не могутъ падать на оболочку пузырька. Какъ, при $\zeta=90^0$, $tang.\zeta=\infty$, то при семъ предѣлѣ $Cos.\frac{1}{2}\theta=n$. Впрочемъ, по причинѣ чувствительной величины видимаго діаметра солнца считаемой по плоскости MOS, и составляющей до 32 минутъ, и уголъ θ, соотвѣтствующій предѣламъ принадлежащимъ различнымъ точкамъ солнца, расположеннымъ по сему діаметру, занимать будетъ на небѣ значительное пространство. Я не беру здѣсь во вниманіе предѣлы угла θ принадлежащіе другимъ разнымъ точкамъ солнца, находящимся на прорѣзахъ его производимыхъ плоскостями проходящими чрезъ глазъ зрителя и центры пузырьковъ; поелику сіи предѣлы падаютъ внутрь предѣловъ опредѣляемыхъ цѣлыми діаметрами солнца.

§ 9.

Какъ направленіе луча претерпѣвшаго двукратное преломленіе въ оболочкѣ пузырька, и вышедшаго изъ пузырька, составляетъ съ начальнымъ своимъ направленіемъ уголъ $2(\zeta-\eta)$, то если вообразимъ упадшіе на пузырекъ два луча, пришедшіе изъ двухъ точекъ

солнца, кои отстоятъ одна отъ другой на діаметръ солнца, а посему составляютъ между собою уголъ равный видимому діаметру солнца, которой пусть будетъ δ, то сіи лучи, при томъ же углѣ ζ, и по выходѣ изъ пузырька расходиться будутъ между собою на уголъ δ. Но если лучь пришедшій отъ одного конца солнечнаго діаметра упадетъ на одинъ пузырекъ, а пришедшій отъ другаго конца упадетъ на другой пузырекъ отстоящій отъ перваго на видимой глазомъ уголъ δ, считаемый по плоскости проходящей чрезъ сіи края солнца и глазъ зрителя, то преломленные лучи придутъ оба въ глазъ, и будутъ содержать между собою уголъ δ. Посему широта полосы, считаемая по оной плоскости, будетъ δ.

§ 10.

Какъ величина n для лучей разнаго цвѣта, при той же величинѣ ζ, должна быть разная, и наибольшая для красныхъ лучей, а наименьшая для фіолетовыхъ, то уголъ $2(\zeta—\eta)$ долженъ быть для красныхъ лучей наименьшей, а потомъ для лучей прочихъ цвѣтовъ по порядку, до самаго фіолетоваго цвѣта, увеличиваться. Посему видна будетъ въ ближайшемъ положеніи къ солнцу красная полоса шириною δ, потомъ, отступя нѣсколько отъ начала красной полосы, начнется полоса оранжевая, шириною также δ, за

сею слѣдовать будетъ полоса желтая, и такъ далѣе, и въ наибольшемъ удаленіи отъ солнца начнется полоса фіолетовая, кои всѣ одна на другую налегать будутъ, и сливать цвѣтъ свой въ бѣлой, выключая краевъ; изъ коихъ внутренній, обращенный къ солнцу, долженъ быть красноватъ, а внѣшній фіолетоваго цвѣта. Измѣненіе угла ζ отъ $\zeta = \alpha$ до $\zeta = 90^0$ причинять будетъ также небольшое разширеніе оныхъ полосъ, такъ что вся ширина полосы будетъ нѣсколько болѣе видимаго діаметра солнца.

Пусть уголъ AOC (черт. 4) есть видимой діаметръ δ солнца; $EOD = \varepsilon$ ширина свѣтлой полосы; $BOD = \theta$; знаменатель преломительности для красныхъ лучей $= n$, а для фіолетовыхъ $= n'$; то предѣлу D полосы будетъ соотвѣтствовать $\zeta = \alpha$, $Sin.\eta = n. Sin. \alpha$ и $COD = \theta + \frac{1}{2}\delta$; предѣлу же E полосы будетъ соотвѣтствовать $\zeta' = 90^0$, $Sin.\ \eta' = n'$ и $BOE = 2\,(90^0 - \eta') + \frac{1}{2}\delta = \theta + \varepsilon$; откуда получится $Sin.\eta' = n' = Sin.\ \{90^0 + \frac{1}{4}\delta - \frac{1}{2}(\theta + \varepsilon)\}$. Послѣ сего изъ уравненій $\alpha - \eta = \frac{1}{2}\theta$ и $Sin.\ \eta = n\ Sin.\ \alpha$ найдется $Sin.\ \eta = Sin.\ (\alpha - \frac{1}{2}\theta) = Sin.\ \alpha . Cos. \frac{1}{2}\theta - Cos.\ \alpha\ Sin. \frac{1}{2}\theta = n\ Sin.\ \alpha$, а посему будетъ $tang.\ \alpha = \frac{Sin.\frac{1}{2}\theta}{Cos.\frac{1}{2}\theta - n}$. Положимъ $\alpha = 90^0 - \psi$, то будетъ $tang.\ \psi = \frac{Cos.\frac{1}{2}\theta - n}{Sin.\frac{1}{2}\theta}$, гдѣ величина n будетъ равна содержанію радіуса внутренней поверьхности оболочки пузырька къ

радіусу наружной ея поверьхности, и разность сихъ радіусовъ будетъ толщина оболочки.

И такъ если бы когда либо при такой полосѣ около солнца измѣряны были въ точности видимой поперечникъ солнца δ, разстояніе θ внутренняго края полосы отъ центра солнечнаго, и ширина ε полосы, то бы получили знаменателя преломительности $n' = Sin.\ \eta'$ для фіолетовыхъ лучей въ оболочкѣ пузырьковъ. Мнѣ нигдѣ не случилось читать, чтобы таковыя точныя наблюденія дѣланы были; тѣ же опредѣленія, о коихъ въ оптическихъ сочиненіяхъ упоминается, дѣланы были или глазомѣромъ или грубымъ измѣреніемъ. Наиболѣе полагаютъ θ отъ 22^0 до $22^0\frac{1}{2}$, а широту ε равняющуюся діаметру солнца; но она, какъ мы выше видѣли, должна быть нѣсколько поболѣе сего діаметра.

Если положимъ $\theta = 22^0\frac{1}{2}$, и на пр. $\delta = 32'$ и $\varepsilon = 34'$, то будетъ $\eta' = 78^0\ 36'$ и $n' = Sin.\ \eta'$ $= Cos.\ (90^0 - \eta) = Cos.\ (11^0\ 24') = 0{,}9802711$; если же при тѣхъ же величинахъ δ и ε положимъ $\theta = 22^0$, то будетъ $\eta' = 78^0\ 51'$, и $n' =$ $Cos.\ (11^0\ 9') = 0{,}9810680$.

Какъ знаменатель преломительности n безъ сумнѣнія малымъ чѣмъ разнится отъ знаменателя преломительности n', то положивъ $n = n'$ получимъ при $\theta = 22^0\frac{1}{2}$ для ψ дугу въ $9'$, а при $\theta = 22^0$ дугу въ $10'$. Притомъ въ

первомъ случаѣ толщина оболочки составлять будетъ 0,0197289 радіуса наружной ея поверхности, а во второмъ 0,018932 его; впрочемъ какъ величина n должна быть нѣсколько побольше, нежели n', то и оная дуга ψ и толщина оболочки должны быть нѣсколько поменьше вычисленныхъ.

§ 11.

Какъ предъидущія вычисленія близки къ истиннѣ, то изъ сего слѣдуетъ, что преломленіе лучей свѣта въ оболочкѣ пузырька бываетъ гораздо менѣе преломленія ихъ въ текучей водѣ; ибо въ водѣ составляетъ знаменатель преломленія около $\frac{3}{4}$ или 0,75, а въ оболочкѣ болѣе нежели 0,98. Изъ сего заключить должно, что состояніе воды въ оболочкѣ пузырька много отлично отъ состоянія ея въ текучемъ видѣ, и что частицы ея въ пузырькѣ расположены гораздо рѣже.

§ 12.

Дабы удобнѣе было разсуждать о предположенныхъ нами къ изслѣдованію явленіяхъ, отнесемъ ихъ къ видимой нами поверьхности небеснаго шара; и пусть черт. 5 представляетъ видимую поверьхность неба, кругъ же *ZSKH* вертикальной кругъ чрезъ солнце *S* проходящій, на коемъ находится зенитъ *Z* мѣста зрителя *C*. Пусть *D* означаетъ точку неба, къ коей зритель отно-

ситъ которой либо изъ пузырьковъ посылающихъ въ глазъ свѣтъ по преломленіи въ немъ и выходѣ изъ онаго ; то , поелику всѣ лучи RG солнечнаго свѣта простираются по линѣямъ параллельнымъ SC, и лучи приходящіе въ глазъ находятся на плоскостяхъ проходящихъ чрезъ направленіе лучей, центры пузырьковъ и глазъ зрителя, будетъ уголъ DCS равенъ углу CDG уклоненія лучей по преломленіи $=2(\zeta-\eta)=\theta=SD$; и какъ сіе равно принадлежитъ ко всѣмъ пузырькамъ видимымъ изъ C въ разстояніи отъ S на SD, то отъ сего будетъ видимъ свѣтлой кругъ около солнца, въ разстояніи отъ него на SD $=\theta$, и по § 10 края сего круга будутъ оцвѣчены , внутренней краснымъ, а наружной фіолетовымъ цвѣтомъ.

§ 13.

Разсмотримъ теперь отраженія. Пусть D означаетъ точку неба, противъ которой видимъ пузырекъ отразившій отъ себя въ глазъ лучь солнечнаго свѣта , то уголъ SCD будетъ $180^0-2\zeta$, гдѣ ζ можетъ измѣняться отъ 0^0 до 90^0. Сіе показываетъ , что отраженные отъ наружной поверьхности пузырьковъ лучи могутъ приходить въ глазъ изъ пространства всего небеснаго полушара имѣющаго полюсомъ солнце. Посему бы казалось, что отъ сего не произойдетъ никакихъ свѣтлыхъ полосъ на небѣ. Но мо-

жетъ быть найдутся мѣста на небѣ, отъ коихъ приходящій отраженный свѣтъ будетъ гуще, нежели отъ другихъ мѣстъ. Пусть чертежъ 6 представляетъ водяную паринку или пузырекъ чрезвычайно малаго радіуса a, коего центръ C, и пусть SC будетъ направленіе лучей падающихъ на пузырекъ. Вообразимъ потомъ чрезвычайно тонкій четвероугольный пукъ параллельныхъ направленію SC лучей DR, TQ, UE, GH имѣющій въ перпендикулярномъ къ направленію ихъ прорѣзѣ величину ω, и пусть сей пукъ упадши на пузырекъ займетъ на поверхности его пространство $EHQR$ заключающееся между двумя кругами $AEHB$ и $ARQB$, составляющими уголъ взаимнаго наклоненія $HAQ = \delta\varphi$; причемъ ER, HQ будутъ части параллельныхъ круговъ имѣющихъ свой полюсъ въ A. Назначимъ уголъ ACE чрезъ ζ, то будетъ $AE = AR = a\zeta$, $EH = RQ = a\delta\zeta$. При семъ предположеніи будетъ $\omega = a\delta\zeta . Cos.\zeta . a\delta\varphi . Sin.\zeta . = aa\delta\zeta\ \delta\varphi\ Sin.\ \zeta . Cos.\ \zeta . = \frac{1}{2}aa\delta\zeta\delta\varphi . Sin.\ 2\zeta$, которая величина для всѣхъ мѣстъ пузырька представлять будетъ постоянное количество лучей свѣта ω падающихъ на различныя части поверьхности пузырька.

Если возьмемъ во вниманіе два крайнихъ луча UE и GH пука, падающихъ на дугу EH круга $AEHB$, то они по отраженіи пошедши по направленіямъ EK, HL пересѣкающимся въ O составятъ съ направленіемъ SCB углы

$SNK = UEK = 2\zeta$ и $SML = 2(\zeta + \delta\zeta)$; почему будетъ уголокъ $MON = KOL = 2\delta\zeta$, подъ коимъ отраженные лучи UE и GH разходиться будутъ, показываясь выходящими изъ точки O. Опустимъ изъ H на AB перпендикуляръ HZ, и продолжимъ UE, покуда пересѣчетъ HZ въ F; то поелику уголъ $UEK = 2\zeta$, будетъ $FEK = 180° - 2\zeta$; и какъ $FEH = 90° - \zeta$, то будетъ и $HEK = 90° - \zeta$; а по сему уголъ $FEH =$ углу HEK. Слѣдовательно если изъ точки H опустимъ на OK перпендикуляръ HP, то будетъ $HP = FH$; но перпендикуляръ HP можетъ быть разсматриваемъ какъ дуга описанная изъ O радіусомъ OH; и какъ $PH = FH = a\delta\zeta\, Cos.\, \zeta$, то будетъ

$HO = \frac{a\delta\zeta\, Cos.\, \zeta}{2\delta\zeta} = \frac{1}{2} a.\, Cos.\, \zeta$. То же самое принадлежать будетъ и къ крайнимъ лучамъ TO и DR падающимъ на кругъ ARB, равно какъ и къ лучамъ падающимъ на круги лежащіе между сими двумя кругами, такъ что весь свѣтъ заключающійся въ пространствѣ ω по отраженіи заключаться будетъ между четырьмя плоскостями, изъ коихъ двѣ проходятъ чрезъ ER и HQ и сходятся въ точкахъ O лежащихъ внутрь угла EAR, другія же двѣ проходятъ чрезъ EH и RQ, простираясь по плоскостямъ круговъ AHB, AQB. Если изъ E опустимъ перпендикуляръ EX на AB, и продолжимъ KE до N, то, поелику

$XE = a. Sin.\zeta$, и $NE = \frac{XE}{Sin.\ 2\zeta}$, будетъ $NE = \frac{a.Sin.\zeta}{Sin.\ 2\zeta} = \frac{a}{2\ Cos.\zeta}$; по описаніи же радіусомъ NE внутрь угла ENR дуги ER будетъ уголъ $ENR = \frac{ZH.\ \delta\varphi}{NE} = \delta\varphi.\ Sin.\ 2\zeta$. Такимъ образомъ весь свѣтъ заключавшійся въ пространствѣ ω и отраженный отъ пузырька, будетъ разливаться, въ разстояніи отъ поверхности пузырька на z, по поверьхности имѣющей одно измѣреніе $2\ (z + \frac{1}{2}\ a\ Cos.\ \zeta)\ \delta\zeta$, а другое $\left(\frac{a.\ Sin.\ \zeta}{Sin.\ \ 2\zeta} + z\right)\ \delta\varphi.\ Sin.\ 2\zeta = (a.\ Sin.\ \zeta + z\ Sin.\ 2\zeta)\ \delta\varphi$; такъ что все пространство, по коему онъ въ разстояніи отъ пузырька на z разливаться будетъ, имѣть будетъ величину $(a.\ Cos.\ \zeta + 2z)\ (a.Sin.\ \zeta + z\,Sin.\ 2\zeta)\ \delta\psi.\ \delta z$, и какъ $\delta\psi\ \delta\zeta = \frac{2\omega}{aa\ Sin.\ 2\zeta}$, то сіе пространство будетъ

$$\frac{2\ (a.\ Cos.\ \zeta + 2z)\ (a.\ Sin.\ \zeta + z\ Sin.\ 2\zeta)\ \omega}{aa\ Sin.\ 2\zeta}$$

$$\text{или}\ \frac{(a.\ Cos.\ \zeta + 2z)\ (a + 2z\ Cos.\ \zeta)\ \omega}{aa.\ Cos.\ \zeta};$$

и плотность разширившагося по сему пространству свѣта, въ сравненіи съ плотностію свѣта приходящаго прямо отъ солнца, положенною за единицу, будетъ

$$\delta = \frac{aa.\ Cos.\ \zeta}{(a.\ Cos.\ \zeta + 2z)\ (a + 2z.\ Cos.\ \zeta)}$$

Когда разстояніе z передъ a чрезвычайно велико, тогда сіе выраженіе плотности обратится въ $\frac{aa}{4zz}$; т. е. что въ большомъ удаленіи отъ шарика плотность свѣта имъ отражаемаго не зависитъ отъ угла ζ, но отъ одного только разстоянія отъ шарика, и пропорціональна количеству $\frac{1}{zz}$, то есть уменьшается пропорціонально квадрату разстоянія.

Положимъ z равняющимся разстоянію пузырька отъ глаза, и припомнимъ, что, по § 2му, изъ такой же видимой частицы неба число пузырьковъ могущихъ отражать въ глаза свѣтъ пропорціонально функціи $\left(\frac{zz}{2rh+hh+zz}\right)^2$; то увидимъ, что свѣтлость производимая въ глазѣ отраженнымъ свѣтомъ приходящимъ изъ разныхъ точекъ неба выражаться будетъ чрезъ $\left(\frac{z}{2rh+hh+zz}\right)^2$, а посему она только отъ зенита къ горизонту будетъ увеличиваться, не производя никакой свѣтлой полосы.

§ 14.

Но солнечный лучь SD (черт. 7), упадшій на пузырекъ, частію только отразится при D по DF, большею же частію войдетъ въ пузырекъ переломившись по DH, и при H, на

внутренней поверьхности оболочки пузырька, частію войдетъ во внутреннюю полость пузырька, а частію отразится по HK, и переломившись при K выйдетъ изъ пузырька по KM. Какъ, по § 6, уклоненіе луча при семъ отъ начальнаго направленія будетъ

$$SNM = 2\,(\zeta + \eta' - \eta) = 2(\zeta + \frac{r-\varrho}{\varrho}\ tang.\ \eta)\ ,$$

или, по назначеніи для краткости $\frac{r-\varrho}{\varrho} = k$, $SNM = 2\,(\zeta + k.\ tang.\ \eta)$; то, если вообразимъ другой лучь упадшій на пузырекъ подъ угломъ $\zeta + \delta\zeta$, сей лучь по выходѣ изъ пузырька составлять будетъ съ прежнимъ лучемъ упадшимъ подъ угломъ паденія ζ, уголъ $2\,(\delta\zeta + k\ \delta\eta\ Sec.^2\,\eta) = 2\ \delta\zeta\ (1 + kn\ Cos.\ \zeta\ Sec.^3\,\eta)$.

Вообразимъ теперь весь свѣтъ упадшій на поясокъ пузырька занимающій на поверхности его вокругъ его дугу шириною $\delta\zeta$, то увидимъ, что онъ при приходѣ отъ солнца занималъ пространство $\pi aa\delta\zeta.\ Sin.\ 2\,\zeta$, а по отраженіи отъ внутренней поверхности займетъ, въ разстояніи z отъ пузырька, поясокъ шара имѣющаго радіусъ z, соотвѣтствующій уголку $2\,\delta\,\zeta\,(1 + kn\ Cos.\ \zeta\ Sec.\ ^3\eta)$. Слѣдовательно если плотность свѣта приходящаго отъ солнца принята будетъ за единицу, то плотность его по семъ отраженіи, въ разстояніи z, будетъ

$$\delta = \frac{aa.\ Sin.\ 2\zeta}{4zz\ (1 + kn.\ Cos.\ \zeta\ Sec.^3\ \eta)}.$$

Для разысканія, можетъ ли при семъ отраженіи быть свѣтлой кругъ, надлежитъ найти, когда при той же величинѣ z будетъ плотность δ наибольшая. Для сего потребно, чтобы величина $\frac{Sin.2\zeta}{1+kn\ Cos.\ \zeta\ Sec.^3\eta}$ была наибольшая. Но для наибольшей величины δ должно быть $\frac{\delta.\delta}{\delta\zeta}=o$; по сему должно быть

$$\frac{Cot.2\zeta+\frac{1}{2}kn(Sin.\zeta-3n.Cos.^2\zeta\,Sec.\eta.tang.\eta)}{Cos.^3\eta+kn\ Cos.\ \zeta}=o$$

Какъ дробь k составляетъ малую часть единицы, то для перваго приближенія презримъ члены помноженные на k, и тогда получимъ $Cot.\ 2\zeta=o$, а слѣдовательно $2\zeta=90^0$ и $\zeta=45^0$; а сіе показывать намъ будетъ, что уголъ ζ, при которомъ можетъ быть видима свѣтлая полоса, близко подходитъ къ 45^0.

Возьмемъ теперь во вниманіе и члены помноженные на k, то, поелику $k=\frac{r-\varrho}{\varrho}$ $\frac{r}{\varrho}-1=\frac{1}{n}-1=\frac{1-n}{n}$, будетъ $kn=1-n$. И такъ если уголъ $\theta=22^0\frac{1}{2}$, то будетъ $kn=1-Cos.(11^0\ 24')=2\ Sin.^2(5^0\ 42')$; если же уголъ $\theta=22^0$, то будетъ $kn=1-Cos.(11^0\ 9')=2\ Sin.^2(5^0\ 35')$. Такимъ образомъ при $\theta=22^0\frac{1}{2}$ будетъ оному уравненію удовлетворять $\zeta=44^0\ 38'$, и будетъ уголъ $180^0-2(\zeta+k.\ tang.\ \eta)=88^0\ 26'$, который означать

будетъ разстояніе свѣтлой полосы отъ солнца. Но при $\theta=22^\circ$ будетъ оному уравненію удовлетворять $\zeta=44^\circ\ 24'$, и уголъ $180^\circ-2\,(\xi+k.\,tang.\,\eta)$ будетъ $89^\circ\ 8'$, который означать будетъ разстояніе свѣтлаго круга отъ солнца. Величина сего угла ни кѣмъ въ точности не была измѣряема; въ оптическихъ же книгахъ говорится, безъ сомнѣнія по грубому измѣренію, что видна бываетъ на небѣ бѣлая свѣтлая полоса около солнца въ разстояніи отъ него на 90°. Какъ нельзя однакожъ предположить, чтобъ въ разстояніи сей полосы отъ солнца была значительная разность отъ 90°, то оная наша выкладка показываетъ, по крайней мѣрѣ, что уголъ θ ближе подходитъ къ 22°, нежели къ $22^\circ\frac{1}{2}$. Впрочемъ самая наша выкладка не со всею точностію сдѣлана; ибо разность между углами η' и η, выраженная нами чрезъ $k.\,tang.\,\eta$, есть только величина приближенная, и можетъ разниться отъ истинной болѣе минуты, которая разность можетъ имѣть значительное вліяніе на вычисленіе угла ζ соотвѣтствующаго наибольшей свѣтлости полосъ. Весьма вѣроятно, что уголъ θ не точно равенъ 22 градусамъ, и знаменатель преломительности n не точно равенъ косинусу угла $11^\circ\ 9'$; сіе рѣшить могутъ однѣ дальнѣйшія точнѣйшія наблюденія; впрочемъ мы будемъ держаться угла $\theta=22^\circ$, которой назначать будемъ чрезъ α.

§ 15.

Должны быть и такіе углы ζ, при которыхъ лучь *SD* вошедши въ пузырекъ по *DH* совсемъ не войдетъ при *H* во внутреннюю полость пузырька, но весь отразится по *HK*. Таковы будутъ всѣ углы ζ, при которыхъ $\frac{Sin.\ \eta'}{n} > 1$; ибо при всѣхъ сихъ углахъ синусъ угла вхожденія въ полость пузырька долженъ бы быть болѣе единицы; и сіе всецѣлое отраженіе начнется съ $Sin.\ \eta' = n = Cos.\ (11^\circ\ 9')$, то есть съ $\eta' = 78^\circ\ 51'$. Какъ $Sin.\ \eta = \frac{\varrho}{r}\ Sin.\ \eta' = n\ Sin.\ \eta'$; притомъ $Sin.\ \eta = n\ Sin.\ \zeta$, то будетъ при семъ $\eta' = \zeta$; видимое же разстояніе отъ солнца, при коемъ начнется сіе всецѣлое отраженіе, будетъ $180^\circ + 2\eta - 4\zeta$, для котораго будетъ $\eta = 74^\circ\ 17'$, а посему разстояніе сіе будетъ $13^\circ\ 10'$. Слѣдовательно въ разстояніи отъ солнца на $13^\circ\ 10'$ начнется свѣтлой поясъ, и простираться будетъ до самаго солнца; выраженіе же свѣтлости δ показываетъ, что свѣтлость сего пояса съ приближеніемъ къ солнцу будетъ отчасу болѣе увеличиваться, ибо въ семъ выраженіи числитель съ увеличиваніемъ угла ζ увеличивается, а знаменатель напротивъ того уменьшается.

§ 16.

Если лучь солнца вошедъ въ пузырекъ, и прошедши въ оболочкѣ его хорду, отразит-

ся внутри оболочки, а потомъ описавъ вторую хорду выдетъ вонъ; то уклоненіе его SD отъ начальнаго направленія SC (черт. 5) будетъ, по § 5, $=180^\circ+2\zeta-4\eta$, при $\zeta=89^\circ$ $50'$ (§ 10) и $\eta=78^\circ\ 51'$, а по сему уголъ сей будетъ $44^\circ\ 16'$; слѣдовательно въ семъ случаѣ произойдетъ свѣтлая съ радужными краями полоса около солнца, въ разстояніи отъ него на $44^\circ\ 16'$. Сія полоса будетъ вдвое шире, нежели оная отстоящая отъ солнца на 22°; но свѣтлость ея будетъ гораздо слабѣе свѣтлости оной полосы, потому что свѣтъ по описаніи въ оболочкѣ первой хорды не весь отразится, но большею частію выйдетъ изъ пузырька вонъ. По сей причинѣ сію полосу, судя по свѣтлости ея, должно причислить къ полосамъ второй степени, о коихъ разсуждаемо будетъ въ слѣдующихъ параграфахъ.

§ 17.

Пусть будетъ въ O (черт. 8) глазъ зрителя; OS линѣя идущая отъ глаза къ солнцу; V паринка; VN направленіе луча солнечнаго падающаго на паринку, параллельное линѣѣ SO; то будетъ уголъ $NVO=VOS$ опредѣлять видимое положеніе паринки въ разсужденіи солнца, которой назначимъ чрезъ φ. Пусть лучь упадшій на бокъ пузырька V отклоненъ будетъ симъ пузырькомъ V, по преломленію или отраженію, отъ своего направленія VN, по какой либо плоскости NVR,

проходящей чрезъ центръ пузырька, на уголъ $NVR=\lambda$; и положимъ, что уголъ взаимнаго наклоненія плоскостей OVN и NVR будетъ θ. Пусть отклоненный лучь VR упадетъ на другой пузырекъ (коего видимое разстояніе отъ перваго пузырька, глазомъ усматриваемое, по малости своей здѣсь ни за что считается), и отклонившись опять отъ своего направленія, по преломленію или отраженію, придетъ въ глазъ O, то уголъ сего новаго отклоненія долженъ быть RVO, которой назначимъ чрезъ ξ.

Изъ V, радіусомъ VR равнымъ единицѣ, опишемъ сферическій треугольникъ RPQ, то въ немъ будетъ $PQ=\varphi$, $RQ=\lambda$, $RP=\xi$, и уголъ $RQP=\theta$; и по свойству сферическихъ треугольниковъ получимъ

$Cos.\,\xi=Cos.\,\varphi.\,Cos.\,\lambda.+Sin.\,\varphi.\,Sin.\,\lambda.\,Cos.\,\theta$;....($a$), гдѣ уголъ θ можетъ измѣняться отъ 0° до 360.

Изъ уравненія же (a) получится $(1-Sin.\,^2\lambda.\,Sin.\,^2\theta)\,Sin.\,^2\varphi=2\,Cos.\,\xi\,Sin.\,\lambda.\,Cos.\,\theta.\,Sin.\,\varphi+Cos.\,^2\lambda-Cos.\,^2\xi$, которое доставляетъ двѣ величины для синуса угла φ, и четыре для угла φ; но мы, въ намѣреніи разсматривать только свѣтлые круги около солнца, будемъ разсматривать только тѣ случаи, въ коихъ сіи синусы, чрезъ уничтоженіе ирраціональности, сливаясь между собою, сливаютъ и посылаемый ими въ глаза свѣтъ въ одинъ. Сіе будетъ, когда $Sin.\,^2\xi=Sin.\,^2\lambda.\,Sin.\,^2\theta$ или $Sin.\,\xi=\pm\,Sin.\,\lambda.\,Sin.\,\theta$; и въ

семъ случаѣ будетъ $Sin.\varphi = \frac{Cos.\xi . Sin.\lambda . Cos.\theta}{Cos.^2\xi}$

$= \frac{Sin.\lambda . Cos.\theta}{Cos.\xi} = \frac{Sin.\lambda . Cos.\theta}{\sqrt{(1 - Sin^2.\lambda . Sin^2.\theta)}}$.

то есть

$$Sin.\varphi = \frac{Cos.\theta}{\sqrt{(Cosec^2.\lambda - Sin^2.\theta)}}.$$

§ 18.

1. Пусть лучь придетъ въ глазъ претерпѣвъ преломленіе въ обоихъ пузырькахъ, то углы λ и ξ будутъ каждой $= 22^\circ = \alpha$; слѣдовательно будетъ $Sin.\ \theta = \pm 1$ и $Cos.\ \theta = 0$, а посему $Sin.\varphi = 0$. Слѣдовательно въ семъ случаѣ свѣтлаго круга около солнца не будетъ, и свѣтъ его придавать только будетъ нѣсколько блеска солнцу. Но въ семъ случаѣ уравненіе (a), сверьхъ $Sin.\varphi = 0$, доставляетъ еще $Sin.\varphi = \frac{Sin.2\alpha . Cos.\theta}{1 - Sin^2.\alpha . Sin^2.\theta}$, которое выраженіе показываетъ, что наименьшее измѣненіе въ углѣ φ при измѣненіи угла θ послѣдуетъ при $Sin.\ \theta = 0$; при чемъ будетъ $Sin.\varphi = Sin.2\alpha$, и $\varphi = 2\alpha$. Слѣдовательно въ семъ случаѣ произойдетъ еще кругъ около солнца въ разстояніи отъ него на 2α.

2. Пусть лучь придетъ въ глазъ претерпѣвши въ первомъ пузырькѣ преломленіе, а во второмъ отраженіе отъ наружной поверьхности, то будетъ $\lambda = \alpha$, и уголъ $\xi = 2\zeta$, которой можетъ измѣняться отъ 0° до 180°. Въ семъ случаѣ будетъ $Sin.\varphi =$

$\frac{Cos.\theta}{\sqrt{(Cosec^2\alpha - Sin^2.\theta)}}$ или $Cos.^2\varphi =$ $\frac{Cot.^2\alpha}{Cosec.^2\alpha - Sin.^2\theta}$. Наименьшее измѣненіе вѣ углѣ φ сѣ измѣненіемѣ угла θ будетѣ при $Sin.\ 2\theta = 0$, т. е. при $\theta = 90^\circ$, или при $\theta = 0$; изѣ коихѣ вѣ первомѣ случаѣ никакого свѣтлаго круга не послѣдуетѣ, а во впоромѣ послѣдуетѣ при $Sin.\ \varphi = \frac{1}{Cosec.\ \alpha} = Sin.\ \alpha$, или при $\varphi = \alpha$, которой сольется сѣ первымѣ свѣтлымѣ кругомѣ.

3. Пусть лучь по преломленіи вѣ первомѣ пузырькѣ отразится отѣ внутренней поверьхности втораго, и пусть сіе второе уклоненіе будетѣ то, при которомѣ свѣтѣ приходитѣ наиболѣе густой, т. е. 90°; то будетѣ $\lambda = \alpha$ и $\xi = 90^\circ$. Вѣ семѣ случаѣ будетѣ $Sin.\ \theta.\ Sin.\ \alpha = 1$, чему быть не можно, а посему никакого свѣтлаго круга около солнца быть не можетѣ. Но вѣ семѣ случаѣ уравненіе (α) доставляетѣ

$$0 = Cos.\ \alpha.\ Cos.\ \varphi + Sin.\ \alpha.\ Sin.\ \varphi.\ Cos.\ \theta,$$

и $$tang.\varphi = -\frac{Cot.\ \alpha}{Cos.\ \theta}$$

которое показываетѣ, что измѣненіе вѣ углѣ φ при измѣненіи угла θ будетѣ наименьшее, когда $Sin.\ \theta = 0$, а посему когда $\theta = 0$ или когда $\theta = 180^\circ$. Вѣ первомѣ случаѣ будетѣ тогда $tang.\ \varphi = -Cot.\ \alpha$, и $\varphi = 90^\circ + \alpha$; во второмѣ случаѣ будетѣ $\varphi = 90^\circ - \alpha$. И такѣ

въ семъ случаѣ могутъ быть двѣ свѣтлыхъ полосы: одна въ разстояніи отъ солнца на 68°, а другая въ разстояніи отъ него на 112°.

4. Если придетъ въ глазъ лучь преломленный въ первомъ пузырькѣ, и весь отраженный отъ внутренней поверьхности оболочки втораго пузырька, то будетъ $\lambda = \alpha$, $\xi = 4\zeta - 2u$ начиная отъ $\zeta = 78^\circ\ 51'$ до $\zeta = 90^\circ$, при чэмъ уголъ η измѣняется отъ $74^\circ\ 17'$ до $78^\circ\ 51'$, слѣдовательно уголъ ξ измѣняется отъ $166^\circ\ 50'$ до $202^\circ\ 18'$. Уравненіе же $Sin.\ \xi = \pm\ Sin.\ \lambda.\ Sin.\ \theta$ показываетъ, что $Sin.\ \theta = \frac{\pm\ Sin.\ \xi}{Sin.\ \lambda}$ будетъ потуда веществен, покуда $Sin.\ \xi <.\ Sin.\lambda$, и послѣдній предѣлъ угла ξ будетъ 202° При первомъ предѣлѣ будетъ $\theta = 37^\circ\ 27'$ или $142^\circ\ 33'$ или $217^\circ\ 27'$ или $322^\circ\ 33'$; при второмъ же предѣлѣ $Sin.\ \theta = \pm\ 1$, и $\theta = 90^\circ$ или 270°. И такъ при первомъ предѣлѣ $\varphi = 17^\circ\ 48'$, при второмъ же $\varphi = 0$; слѣдовательно въ семъ случаѣ опять будетъ поясъ около солнца простирающійся отъ него на $17^\circ\ 48'$.

5. Если придетъ въ глазъ лучь отраженный отъ наружной поверьхности перваго пузырька, и преломившійся во второмъ, то будетъ $\lambda = 2\zeta$, и измѣняться можетъ отъ 0° до 180°; $\xi = \alpha$, $Sin.\lambda = \pm \frac{Sin.\ \alpha}{Sin.\ \theta}$, $Sin.\varphi = \pm \frac{tang.\alpha}{tang.\theta}$. Какъ послѣднее выраженіе показываетъ, что не можетъ быть такой уголъ θ, при измѣненіи бы коего измѣненіе въ углѣ φ было $=0$,

то при семъ и не можетъ быть никакой свѣтлой полосы.

6. Если придетъ въ глазъ лучь отраженный отъ наружной поверьхности какъ перваго, такъ и втораго, пузырька; то углы λ и ξ могутъ измѣняться отъ 0^0 до 180^0; но уравненіе $Cos.^2 \varphi = \frac{Cot^2. \lambda}{Cosec.^2\lambda - Sin.^2\theta} = \frac{Cos.^2\lambda}{1 - Sin.^2\theta . Cos.^2\lambda}$ покажетъ, что не могутъ быть такіе углы λ и θ, при измѣненіи бы коихъ измѣненіе въ углѣ φ было $= o$; а посему, въ случаѣ семъ никакого свѣтлаго круга не будетъ.

7. Если придетъ въ глазъ лучь отраженный отъ внутренней поверьхности перваго пузырька и отъ наружной втораго; то, поелику, по § 14, гуще всѣхъ отразятся тѣ лучи, кои отъ первоначальнаго своего направленія отклонятся на 90^0, будетъ $\lambda = 90^0$, и $Sin. \xi = \pm Sin. \theta$, т. е. $\theta = \pm \xi$, и $Sin. \varphi = \frac{Cos. \theta}{Cos. \xi} = 1$. Слѣдовательно въ семъ случаѣ произойдетъ бѣлая свѣтлая полоса въ разстояніи отъ солнца на 90^0. А по § 15 лучи свѣтлѣе прочихъ бываютъ также отклоняющіеся отъ начальнаго направленія своего отъ $166^0\ 50'$ до 202^0; и въ семъ случаѣ будетъ уголъ λ измѣняться отъ $166^0\ 50'$ до 202^0. Но при той же величинѣ λ дифференціалъ $\delta\varphi$ будетъ $= o$, когда $Sin.\ 2\theta = o$, т. е. $\theta = o$ или $\theta = 90^0$. Когда $\theta = o$, тогда $Sin. \varphi = \frac{1}{Cosec. \lambda}$

$= Sin.\ \lambda$, и $\varphi = \lambda$ или $180^0 - \lambda$; когда же $\theta = 90^0$, тогда $Sin.\ \varphi = o$ и $\varphi = o$. Слѣдовательно въ семъ случаѣ опять произойдетъ свѣтлой поясъ около солнца, простирающійся отъ него на $13^0\ 10'$.

8. Пусть придетъ въ глазъ лучь отраженный въ обоихъ пузырькахъ отъ внутренней поверьхности оболочки; то

a). Если лучь сей будетъ отраженный въ обоихъ пузырькахъ отъ предшествовавшаго направленія на 90^0, то будетъ $\lambda = 90^0$, $\xi = 90^0$, посему $\theta = 90^0$ и $\varphi = o$. Слѣдовательно никакаго свѣтлаго круга не будетъ.

b). Если сей лучь будетъ изъ числа отраженныхъ въ первомъ пузырькѣ по § 15, а во второмъ по § 14; то будетъ λ измѣняться отъ $166^0\ 50'$ до 202^0, но $\xi = 90^0$. На сей случай уравненіе (a) доставляетъ

$$tang.\ \varphi = -\frac{Cot.\ \lambda}{Cos.\ \theta},$$

которое показываетъ, что густѣйшій свѣтъ приходить будетъ въ глазъ при $\theta = o$; и въ семъ случаѣ будетъ $tang.\ \varphi = - Cot.\ \lambda = Cot.\ (180^0 - \lambda)$; слѣдовательно уголъ φ отъ 68^0 до $76^0\ 50'$. И такъ въ случаѣ семъ будетъ широкая бѣлая полоса, начинающаяся въ разстояніи отъ солнца на 68^0, и оканчивающаяся въ разстояніи $76^0\ 50'$. Но если лучь будетъ отраженъ въ первомъ пузырькѣ по § 14, а во второмъ по § 15, то будетъ $\lambda = 90^0$, $\xi = \theta$ и $\varphi = 90^0$; слѣдовательно въ семъ

случаѣ будетъ свѣтлая полоса въ разстояніи отъ солнца на 90°.

c). Если въ глазъ придетъ лучь отраженный отъ обоихъ пузырьковъ по § 15, то уголъ λ будетъ измѣняться отъ 166° 50′ до 202°, и уголъ ξ, которой здѣсь назначимъ чрезъ λ', можетъ принимать тѣже измѣненія. Но при той же величинѣ λ будетъ $\delta\varphi = o$, когда $Sin.\ 2\,\theta = o$, и $\theta = o$ или $= 90°$. Послѣдней изъ сихъ угловъ доставитъ $\varphi = o$, а первой $Sin.\ \varphi = Cos.\ \lambda$; по сему уголъ φ будетъ $90° \pm \lambda$. И такъ будетъ двѣ полосы, одна начинающаяся при $\varphi = 90° + \lambda$ и оканчивающаяся при $\varphi = 90° + \lambda'$, другая начинающаяся при $\varphi = 90° - \lambda$ и оканчивающаяся при $\varphi = 90° - \lambda'$. Впрочемъ оба сіи выраженія означаютъ одну и ту же полосу, имѣющую ширины $\lambda' - \lambda = 35°\ 10'$, и отстоящую отъ солнца на 76° 50′, на краю коея проходитъ свѣтлой кругъ отстоящій отъ солнца на 112°.

§ 19.

Вотъ всѣ свѣтлыя полосы и пояса, кои могутъ быть видимы на небѣ около солнца отъ преломленій и отраженій претерпѣнныхъ свѣтомъ въ двухъ пузырькахъ. Но можетъ быть не могутъ ли произойти отъ нихъ свѣтлыя полосы имѣющія свой полюсъ не въ свѣтилѣ?

Для сего пусть черт. 9 представляетъ небо, и кругъ *ZSL* вертикальный прорѣзъ

неба, проходящій чрезъ солнце S и зенитъ мѣста Z. Разсмотримъ теперь видимое положеніе свѣтоносныхъ пузырьковъ относительно къ какой нибудь точкѣ неба P, коея положеніе пусть опредѣляется дугами $SP = б$, $SD = \delta$ и $ZP = \varepsilon$. Пусть Q будетъ видимое мѣсто пузырьковъ посылающихъ въ глазъ свѣтъ, и назначимъ $SQ = \varphi$, $PQ = \eta$, и углы $ZSQ = \pi$, $ZPQ = \varrho$, $SZP = \sigma$, $SQP = \tau$. Пусть притомъ въ сферическомъ четвероугольникѣ $SZPQ$ будетъ діагональная дуга $ZQ = \mu$, то изъ сферическихъ треугольниковъ, на кои оный четвероугольникъ раздѣляется діагональми ZQ и SP, получимъ

$$\left.\begin{aligned} Cos.ZQ = Cos.\mu &= Cos.\delta.Cos.\varphi + Sin.\delta.Sin.\varphi.Cos.\pi \\ &= Cos.\varepsilon.Cos.\eta + Sin.\varepsilon.Sin.\eta.Cos.\varrho \\ Cos.SP = Cos.б &= Cos.\delta.Cos.\varepsilon + Sin.\delta.Sin.\varepsilon.Cos.\sigma \\ &= Cos.\varphi.Cos.\eta + Sin.\varphi.Sin.\eta.Cos.\tau \end{aligned}\right\} \ldots (A)$$

Изъ сихъ четырехъ уравненій, содержащихъ въ себѣ десять дугъ и угловъ, можно выключить три, и получится отношеніе между семью прочими, нужное для того, дабы отъ пузырьковъ находящихся въ Q свѣтъ приходилъ въ глазъ. Не дѣлая разъисканій вообще, мы изслѣдуемъ только, не могутъ ли быть свѣтлыя полосы имѣющія полюсъ P въ зенитѣ Z, или въ какой нибудь точкѣ горизонта.

§ 20.

Когда хотимъ изслѣдовать свѣтлыя полосы имѣющія полюсъ P въ зенитѣ, надле-

житЪ положить $\varepsilon = o$; тогда уравненія (A) обратятся въ

$$Cos.\mu = Cos.\eta$$
$$Cos.6 = Cos.\delta$$
$$Cos.\mu = Cos.\delta.Cos.\varphi + Sin.\delta.Sin.\varphi.Cos.\pi$$
$$Cos.6 = Cos.\varphi.Cos.\eta + Sin.\varphi.Sin.\eta.Cos.\tau.$$

Выключимъ изъ двухъ послѣднихъ уравненій уголъ φ, то получимъ

$$Sin.^2\eta.Cos.^2\tau\,(Cos.^2\delta - Cos.^2\mu)$$
$$-2Sin.\eta.Sin.\delta.Cos.\tau.Cos.\pi(Cos.\eta.Cos.\delta - Cos.\mu.Cos.6)$$
$$+Sin.^2\delta.Cos.^2\pi(Cos.^2\eta - Cos.^26)$$
$$-(Cos.\mu.Cos.\eta - Cos.6.Cos.\delta)^2 = o \ldots\ldots (b);$$

и подставимъ вмѣсто $Cos.\ \mu.$ и $Cos.\ 6$ величины ихъ $Cos.\ \eta$ и $Cos.\ \delta$, то получимъ

$$Sin.^2\eta.Cos.^2\tau\,(Cos.^2\delta - Cos.^2\eta)$$
$$-Sin.^2\delta.Cos.^2\pi\,(Cos.^2\delta - Cos.^2\eta)$$
$$-(Cos.^2\delta - Cos.^2\eta.)^2 = o$$

или

$$(Cos.^2\delta - Cos.^2\eta)\,\{Sin.^2\eta.Cos.^2\tau - Sin^2.\delta.Cos.^2\pi$$
$$-Cos.^2\delta + Cos.^2\eta\} = o.$$

Уравненіе сіе доставитъ

$$(1)\,Cos.^2\delta - Cos.^2\eta = o$$
$$(2)\,Sin.^2\eta.Cos.^2\tau - Sin.^2\delta.Cos.^2\pi - Cos.^2\delta + Cos.^2\eta = o$$

или

$$Sin.^2\delta.\ Sin.^2\pi - Sin.^2\eta.\ Sin.^2\tau = o.$$

Уравненіе (1) доставляетъ $Cos.\ \eta = Cos.\ \delta$, слѣдовательно $\eta = \delta$, и показываетъ, что какъ бы углы π и τ ни измѣнялись, при всѣхъ сихъ измѣненіяхъ свѣтлые лучи приходить будутъ въ глазъ, и образовать будутъ очень

свѣтлый кругъ проходящій горизонтально чрезъ солнце,

Уравненіе (2) доставляетъ $Sin.\ \eta.\ Sin.\ \tau = \pm Sin.\ \delta.\ Sin.\ \pi$, которое показываетъ, что при тѣхъ же величинахъ δ и τ наименьшее измѣненіе въ углѣ η происходить будетъ, когда $Cos.\ \pi = o$ и $\pi = 90^\circ$; слѣдовательно въ семъ случаѣ произойдетъ полоса на небѣ свѣтлѣе прочихъ. И такъ сію полосу опредѣлять будетъ уравненіе $Sin.\eta.\ Sin.\tau = \pm Sin.\delta$, которое показываетъ, что сія полоса будетъ прерывчатая, и по различію величины δ имѣть будетъ различной видъ и положеніе.

Изъ выраженія $Sin.\eta = \pm \frac{Sin.\delta}{Sin.\tau}$ открывается что полоса сія состоять будетъ изъ четырыхъ равныхъ дугъ, и что первыя двѣ дуги начинаться будутъ при $\tau = \pm\ \delta$, и продолжаться до $\tau = \pm(180^\circ - \delta)$; вторыя же двѣ дуги будутъ начинаться при $\tau = \pm(180^\circ + \delta)$, и простираться будутъ до $\tau = \pm(360^\circ - \delta)$. Наименьщей синусъ $Sin.\ \eta$ будетъ при $\tau = \pm 90$ и при $\tau = \pm 270$, при которыхъ углахъ τ вершины сихъ дугъ будутъ стоять въ возвышеніи $90^\circ - \delta$ надъ горизонтомъ, т. е. на одной высотѣ съ солнцемъ; и сіи дуги служить будутъ какъ бы перемычками поддерживающими свѣтлой горизонтальной кругъ чрезъ солнце проходящій. Каждая изъ сихъ четырехъ дугъ занимать будетъ на горизонтѣ дугу во $180^\circ - 2\delta = 2\,(90^\circ - \delta)$, то

есть равную удвоенной высотѣ солнца; солнце же соотвѣтствуя $\tau = o$ будетъ находиться въ срединѣ между обѣими парами сихъ симметрически расположенныхъ по обѣ его стороны свѣтлыхъ дугъ.

§ 21.

Разсмотримъ еще, не могутъ ли быть свѣтлыя полосы имѣющія свой полюсъ на горизонтѣ; для сего въ уравненіяхъ (A) надлежитъ положить $\varepsilon = 90^0$. Особенно же посмотримъ, не могутъ ли быть таковыя полосы имѣющія свой полюсъ въ разстояніи отъ вертикальнаго круга чрезъ солнце проходящаго на 90^0; для чего надлежитъ положить еще $\sigma = 90^0$. Тогда надобно еще въ оныхъ уравненіяхъ положить $Cos.\, \sigma = o$; и оныя уравненія (A) обратятся въ

$$\sigma = 90^0,$$
$$Cos.\, \mu = Sin.\, \eta.\, Cos.\, \varrho$$
$$Cos.\, \mu = Cos.\delta.Cos.\, \varphi + Sin.\, \delta.\, Sin.\, \varphi.Cos.\, \pi$$
$$o = Cos.\, \eta.\, Cos.\, \varphi + Sin.\, \eta.\, Sin.\, \varphi.\, Cos.\, \tau.$$

Какъ при семъ будетъ $Sin.\, \eta = \frac{Cos.\, \mu}{Cos.\, \varrho}$, то сіе уравненіе покажетъ намъ, что при измѣненіи угловъ μ и ϱ будетъ $\delta\, \eta = o$, когда $Sin.\, \mu = o$ и $Sin.\, \varrho = o$, т. е. когда $\mu = o$ или $= 180^0$ и $\varrho = o$ или $\varrho = 180^0$. Въ семъ случаѣ будетъ $Sin.\, \eta = 1$ и $\eta = 90^0$, $Cos.\, \tau = o$ и $\tau = 90^0$. И такъ независимо отъ высоты солнца, и угловъ π и φ ограничиваемыхъ только уравненіемъ

$Cos.\delta.Cos.\varphi + Sin.\delta\ Sin.\varphi.Cos.\pi = \pm 1$ будетъ всегда вертикальный кругъ проходящій чрезъ солнце свѣтлый.

Взявши изъ послѣдняго уравненія выраженіе синуса и косинуса угла φ подставимъ въ предпослѣднемъ, то получимъ

$$Sin.\eta.Cos.\varrho = \frac{Cos.\eta.Sin.\delta.Cos.\pi - Sin.\eta.Cos.\delta.Cos.\tau}{\sqrt{(1 - Sin.^2\eta.Sin.^2\tau)}}.$$

Положимъ, для уничтоженія ирраціональности, $1 - Sin.^2\eta.Sin.^2\tau = Cos.^2\chi$, то будетъ $Sin.\eta.Sin.\tau = Sin.\chi$, и

$$tang.\eta = \frac{Sin.\delta.Cos.\pi}{Cos.\varrho.Cos.\chi + Cos.\delta.Cos.\tau};$$ притомъ

$$Sin.\eta = \frac{Sin.\chi}{Sin.\tau},$$

$$Sin.\eta = \frac{Cos.\mu}{Cos.\varrho}.$$

Первое изъ сихъ уравненій показываетъ, что отъ измѣненій въ π произходящихъ измѣненіе въ углѣ η будетъ наименьшее, когда $Sin.\pi = o$, а посему при $\pi = o$ и при $\pi = 180^\circ$; въ которомъ случаѣ будетъ $Cos.\mu = Cos.(\delta \mp \varphi)$, и $\mu = \delta \mp \varphi$. Второе уравненіе показываетъ, что то же будетъ съ угломъ η, когда $\tau = 90^\circ$; третье же уравненіе показываетъ, что то же будетъ съ η, когда $\varrho = o$ или $\varrho = 180^\circ$. По подставленіи сихъ величинъ получимъ $Sin.\eta = Cos.\mu$ и $\eta = 90^\circ - \mu$; $Sin.\eta = Sin.\chi$ и $\eta = \chi$; $tang.\eta = \frac{Sin.\delta}{Cos.\chi}$ или $Sin.\eta = Sin.\delta$ и $\eta = \delta$ или $\eta = 180^\circ - \delta$. Выраженія сіи

показываютъ двѣ свѣтлыя дуги поднимающіяся по обѣ стороны вертикальнаго круга чрезъ солнце проходящаго, параллельныя ему и прямопротивоположныя между собою, кои возвышаются надъ горизонтомъ на $90° - \delta$, т. е. на высоту солнца, и оныя двѣ пары свѣтлыхъ дугъ единообразно пересѣкаютъ; такъ что выходитъ по обѣ стороны вертикальнаго круга чрезъ солнце проходящаго по три равныхъ дуги, какъ бы поддерживающихъ оной проходящей чрезъ него свѣтлой горизонтальной кругъ, изъ коихъ средняя точно въ серединѣ двухъ крайнихъ дугъ. Въ то же самое время уравненія $\mu = \delta \mp \varphi$ и $\mu = 90° - \eta$ доставляютъ $\varphi = \pm (\eta + \delta - 90°) = \pm (2\delta - 90°) = \pm 2 (\delta - 45°)$.

§ 22.

Разсмотримъ теперь, не могутъ ли быть довольно свѣтлыя полосы на небѣ отъ преломленій и отраженій претерпѣнныхъ свѣтомъ въ трехъ паровыхъ пузырькахъ, кои предполагать будемъ въ нечувствительномъ для глаза видимомъ между собою разстояніи. Наблюденія не показываютъ такихъ полосъ около солнца, безъ сумнѣнія потому, что онѣ, сливая свой слабой свѣтъ съ ярчайшимъ свѣтомъ другихъ полосъ, выходятъ незамѣтны; но сіи же наблюденія показываютъ нѣкоторыя не такъ свѣтлыя полосы около зенита, кои сей причинѣ приписать должно; ихъ-то здѣсь и изслѣдуемъ.

Предполагая, какъ бы всѣ три пузырька соединены были въ одинъ, и какъ бы центры ихъ были въ одной точкѣ V (черт. 8), положимъ, что лучь отъ начальнаго направленія SVN, подъ коимъ приходитъ отъ солнца S, и которое параллельно линѣѣ OS изъ глаза O къ солнцу S проведенной, и составляющаго съ OV уголъ $NVO=NOS=\varphi$, отклонился въ первомъ пузырькѣ на уголъ $QVR=\lambda$; потомъ во второмъ пузырькѣ отклонился отъ направленія VR на уголъ $RVX=\mu$; наконецъ въ третьемъ пузырькѣ отъ направленія VX отклонился на уголъ $XVO=\nu$, и пошелъ по VO въ глазъ. По описаніи изъ V внутрь сихъ направленій, радіусомъ VP равнымъ единицѣ, сферическаго четвероугольника $PQRT$, положимъ что будутъ углы $PQR=\pi$, $QRT=\varrho$, $RTP=\sigma$, $TPQ=\tau$. Проведемъ діагонали RP и TQ, и назначимъ ихъ буквами ψ и ξ, то получимъ уравненія

$$\left.\begin{aligned} Cos.\psi &= Cos.\lambda.Cos.\varphi+Sin.\lambda.Sin.\varphi.Cos.\pi \\ &= Cos.\mu.Cos.\nu+Sin.\mu.Sin.\nu.Cos.\sigma \\ Cos.\xi &= Cos.\nu.Cos.\varphi+Sin.\nu.Sin.\varphi.Cos.\tau \\ &= Cos.\lambda.Cos.\mu+Sin.\lambda.Sin.\mu.Cos.\varrho \end{aligned}\right\}\ldots(B)$$

Къ симъ четыремъ уравненіямъ присоединится еще уравненіе изъ треугольника SZQ (черт. 9); изъ коего, по назначеніи, какъ и прежде, $SQ=\varphi$, $SZ=\delta$, $ZQ=\zeta$, и угла SZQ чрезъ χ, получимъ

$$Cos.\varphi=Cos.\delta.Cos.\zeta+Sin.\delta.Sin.\zeta.Cos.\chi;$$

которое для $Sin.\zeta$ доставитъ два выраженія;

но мы, по нашему намѣренію, возмемъ только то, въ коемъ съ уничтоженіемъ ирраціональности сливаются оба синуса въ одинъ; въ которомъ случаѣ $Sin.\,\varphi = \pm Sin.\,\delta.\,Sin.\,\chi$ и $Sin.\,\zeta = \frac{Sin.\delta.\,Cos.\chi}{Cos.\varphi}$, такъ что изъ одного уравненія выходятъ два, изъ коихъ второе, посредствомъ перваго, обратится въ $Cos.\,\zeta = \frac{Cos.\,\delta}{Cos.\,\varphi}$.

Изъ сихъ шести уравненій, заключающихъ въ себѣ тринадцать измѣняемыхъ величинъ, можно выключить пять, и останется одно уравненіе съ осмью измѣняемыми величинами. Но мы не будемъ изслѣдовать величинъ ζ при величинахъ λ, μ, ν вообще взятыхъ, а изслѣдуемъ только при величинахъ ихъ доставляющихъ наиболѣе свѣта.

Уравненіе $Cos.\,\zeta = \frac{Cos.\,\delta}{Cos.\,\varphi}$ заслуживаетъ особенное вниманіе, тѣмъ, что оно показываетъ связь между свѣтлыми кругами около солнца, и свѣтлыми кругами около зенита: а имянно, оно показываетъ, что когда свѣтоносные пузырьки производятъ свѣтлой кругъ около солнца, въ разстояніи отъ него на φ, тогда, по постоянству угла φ, будетъ и уголъ ζ постоянной, и производить будетъ свѣтлой поясъ около зенита. Вещественность угла ζ требуетъ только, чтобъ было

$Cos.\varphi > Cos.\ \delta$, а посему $\varphi < \delta$. Слѣдовательно свѣтлому кругу около солнца въ разстояніи 90° отъ него находящемуся никакой свѣтлой полосы около зенита не соотвѣтствуетъ; но кругамъ въ разстояніи отъ солнца на 22°, 44°, 68°, 112°, производящимъ отъ угла $22^0 = \alpha$, такія полосы около зенита соотвѣтствовать будутъ, и для нихъ будетъ

$$Cos.\zeta = \frac{Cos.\ \delta}{Cos.\ \alpha},\ Cos.\zeta = \frac{Cos.\ \delta}{Cos.\ 2\alpha},\ Cos.\zeta = \pm \frac{Cos.\delta}{Sin.\alpha};$$

равно и свѣтлому поясу около солнца, простирающемуся отъ него до 13° 10′, будетъ соотвѣтствовать поясъ около зенита простираясь отъ $\zeta = \delta$ до $Cos.\ \zeta = \frac{Cos.\delta}{Cos.\ 13^0\ 10'}$.

На пр. для высоты солнца 24° найдется для ζ, по формулѣ $Cos.\ \zeta = \frac{Cos.\ \delta}{Cos.\ \alpha}$, 64°; по формулѣ $Cos.\zeta = \frac{Cos.\ \delta}{Cos.\ 2\alpha}$, 55° 34′; а по послѣдней формулѣ поясъ простирающійся отъ 24° до 24° 41′ то есть поясъ шириною въ 41′.

§ 23.

Разберемъ теперь состояніе угла ζ при величинахъ λ, μ, ν доставляющихъ наиболѣе свѣта.

1. Положимъ сперва, что каждая изъ оныхъ величинъ λ, μ, ν составляетъ 90°, то оныя уравненія (B) обратятся въ

$$Cos.\ \psi = Sin.\ \varphi.\ Cos.\ \pi = Cos.\ \sigma$$
$$Cos.\ \xi = Sin.\ \varphi.\ Cos.\ \tau = Cos.\ \varrho;$$

посему $\psi = \sigma$, $\xi = \varrho$, $Sin.\ \varphi = \frac{Cos.\psi}{Cos.\pi} = \frac{Cos.\ \xi}{Cos.\ \tau}$.

Когда сiе выраженiе угла φ подставимъ въ выраженiи $Cos.\ \zeta$, то получимъ

$$Cos.\ \zeta = \frac{Cos.\ \delta.\ Cos.\ \pi}{\sqrt{(Cos.^2\pi - Cos.^2\psi)}}.$$

Для вещественности сего уравненiя требуется, чтобъ было $Cos.\psi < Cos.\ \pi.\ Sin.\ \delta$; а для того, чтобъ при измѣненiяхъ угловъ π и ψ не происходило измѣненiй въ углѣ ζ, требуется, чтобъ было

$Cos.\pi.Cos.\psi \{\delta\pi.Sin.\pi.Cos.\psi - \delta\psi.Sin.\psi.Cos.\pi\} = o$, а по сему или $Cos.\ \pi = o$, или $Cos.\ \psi = o$, или $\delta\pi.\ tang.\ \pi - \delta\psi.\ tang.\ \psi = o$, т. е. $Cos.\ \psi = k.Cos.\ \pi$ при $k < Sin.\ \delta$.

При $Cos.\ \pi = o$ не будетъ вещественнаго угла ζ; при $Cos.\ \psi = o$ будетъ $Cos.\ \zeta = Cos.\ \delta$, т. е. будетъ свѣтлой горизонтальной кругъ чрезъ солнце проходящiй; при $Cos.\psi = k.\ Cos.\ \pi$, положимъ $k = Sin.\ \varepsilon$, разумѣя $\varepsilon < \delta$, то будетъ $Cos.\zeta = \frac{Cos.\ \delta}{Cos.\ \varepsilon}$, и показывать будетъ свѣтлой поясъ отъ $\varepsilon = o$ до $\varepsilon = \delta$, т. е. отъ горизонтальнаго круга чрезъ солнце проходящаго до самаго зенита.

2. Положимъ $\lambda = 22^0 = \alpha$, но μ и ν по 90^0; то уравненiя (B) обратятся въ

$Cos.\ \psi = Cos.\ \alpha.Cos.\ \varphi + Sin.\ \alpha.Sin.\varphi.Cos.\pi$,

$Cos.\ \psi = Cos.\ \sigma$,

$Cos.\ \xi = Sin.\varphi.\ \ Cos.\tau$;

$Cos.\xi = Sin.\ \alpha.\ Cos.\ \varrho$;

посему будетъ $\psi = o$, $Sin.\ \varphi = \frac{Sin.\alpha.\ Cos.\varrho}{Cos.\ \tau}$, и

$Cos.\zeta = \frac{Cos.\ \delta.\ Cos.\ \tau}{V(Cos.^2\tau - Sin.^2\alpha.\ Cos.^2\varrho)}$; которое уравненіе для вещественности угла ζ требуетъ, чтобъ было $Cos.\tau.\ Sin.\ \delta > Sin.\alpha.Cos.\varrho$.

Наименьшее измѣненіе въ углѣ ζ при измѣненіи угловъ ϱ и τ требуетъ, чтобъ было $Cos.\tau.Cos.\varrho\ \{\delta\tau.Sin.\tau.Cos.\varrho - \delta\varrho.Cos.\tau.Sin.\varrho\} = o$, а посему должно быть или $Cos.\ \tau = o$ или $Cos.\varrho = o$ или $\delta\tau.tang.\ \tau - \delta\varrho.\ tang.\ \varrho = o$, т. е. $Cos.\tau = k.\ Cos.\ \varrho$ при $k > \frac{Sin.\ \alpha}{Sin.\ \delta}$; такъ что если k назначится чрезъ $\frac{Sin.\ \alpha}{Sin.\ \varepsilon}$, то должно быть $\varepsilon < \delta$.

Назначеніе $Cos.\ \tau = o$ не доставляетъ вещественной величины для ζ; назначеніе $Cos.\ \varrho = o$ доставляетъ $Cos.\ \zeta = Cos.\ \delta$, или $\zeta = \delta$, т. е. горизонтальной кругъ проходящій чрезъ солнце; уравненіе же

$$Cos.\ \tau = k.\ Cos.\ \varrho = \frac{Sin.\alpha.\ Cos.\varrho}{Sin.\ \varepsilon},$$

при $\varepsilon < \delta$, доставляетъ $Cos.\zeta = \frac{Cos.\ \delta}{Cos.\ \varepsilon}$, которое выраженіе показываетъ опять свѣтлой поясъ простирающійся, съ измѣненіемъ угла ε отъ o° до δ, отъ горизонтальнаго круга чрезъ солнце проходящаго до самаго зенита.

Какъ бы мы для λ, μ, ν ни стали перемѣнять порядокъ угловъ 90° и α, но покуда хо-

тя одинъ изъ сихъ угловъ будетъ 90°, всегда мы приведены будемъ къ горизонтальному свѣтлому кругу проходящему чрезъ солнце, и къ поясу простирающемуся отъ него до самаго зенита. И такъ положимъ наконецъ,

3. Что каждой изъ сихъ трехъ угловъ$=\alpha$; тогда уравненія (B) обратятся въ

$$Cos.\psi = Cos.\alpha.Cos.\varphi + Sin.\alpha.Sin.\varphi.Cos.\pi$$
$$= Cos.^2\alpha + Sin.^2\alpha.\ Cos.\sigma$$
$$Cos.\xi = Cos.\alpha.\ Cos.\varphi + Sin.\alpha.\ Sin.\varphi.\ Cos.\tau$$
$$= Cos.^2\alpha + Sin.^2\alpha.\ Cos.\varrho;$$

откуда найдется $Cos.\ \psi - Cos.\ \xi = Sin.\ \alpha.\ Sin.\ \varphi\ (Cos.\pi - Cos.\tau) = Sin.^2\alpha\,(Cos.\sigma - Cos.\varrho)$, и будетъ $Sin.\varphi = \frac{Sin.\alpha(Cos.\sigma - Cos.\varrho)}{Cos.\pi - Cos.\tau}$. Назначимъ для краткости $Cos.\ \pi - Cos.\ \tau = x$, $Cos.\sigma - Cos.\varrho = y$, то будетъ $Sin.\varphi = \frac{y\,Sin.\alpha}{x}$,

и $Cos.\zeta = \frac{Cos.\delta}{Cos.\varphi} = \frac{x.\ Cos.\ \delta}{\sqrt{(xx - yy\ Sin^2\alpha)}}$.

Когда снесши уравненіе $Sin.\ \varphi = \frac{y.Sin.\alpha}{x}$ съ первымъ уравненіемъ выключимъ уголъ φ, то, по назначеніи для краткости величины $Cos.\pi.\ Cos.\varrho - Cos.\tau.\ Cos.\sigma$ чрезъ z, величинъ же $Cos.^2\alpha$ и $Sin.^2\alpha$ чрезъ a и b, получимъ для отношенія между косинусами угловъ π, ϱ, σ и τ уравненіе $a\ (xx - yy) = 2\,axz + bzz$.

Уравненіе $Cos.\ \zeta = \frac{x.\ Cos.\delta}{\sqrt{(xx - byy)}}$ показываетъ, что для наименьшаго измѣненія въ углѣ

ζ при измѣненіи угловъ $\pi, \varrho, \sigma, \tau$ потребно, чтобъ было $xy(y\delta x - x\delta y) = o$; посему или $x = o$, т. е. $Cos.\pi = Cos.\tau$; или $y = o$, т. е. $Cos.\varrho = Cos.\sigma$; или $y\delta x - x\delta y = o$, т. е. $y = kx$, при k произвольной постоянной величинѣ.

Но положеніе $x = o$, т. е. $Cos.\pi = Cos.\tau$, не доставляетъ для ζ вещественной величины; положеніе $y = o$ доставляетъ $Cos.\zeta = Cos.\delta$ и $\zeta = \delta$; положеніе $y = kx$ доставляетъ $Cos.\zeta = \frac{Cos.\delta}{\sqrt{(1 - bkk)}}$, для вещественности коего требуется, чтобъ было $1 - bkk > Cos.^2\delta$, или $bkk < Sin.^2\delta$, т. е. $k\,Sin.\alpha < Sin.\delta$, а слѣдовательно $k < \frac{Sin.\delta}{Sin.\alpha}$. Пусть будетъ $1 - bkk = Cos^2.\varepsilon$, или $bkk = Sin.^2\varepsilon$, т. е. $k = \frac{Sin.\varepsilon}{Sin.\alpha}$, то должно быть $Sin.\varepsilon < Sin.\delta$, и $\varepsilon < \delta$; и тогда будетъ $Cos.\zeta = \frac{Cos.\delta}{Cos.\varepsilon}$. Слѣдовательно и въ семъ случаѣ произойдетъ только горизонтальная полоса проходящая чрезъ солнце, и поясъ простирающійся отъ сей полосы до самаго зенита. Одно только въ разсужденіи сего пояса, какъ въ семъ случаѣ, такъ и во всѣхъ прежнихъ, замѣтить должно, что онъ отъ горизонтальной полосы къ зениту отчасу болѣе теряетъ своей свѣтлости.

§ 24.

Остается теперь изслѣдовать, не произойдетъ ли какихъ свѣтлыхъ круговъ, ког-

да въ числѣ угловъ λ, μ, ν будетъ которой либо, или два угла, такихъ, при которыхъ произходитъ всецѣлое отраженіе свѣта отъ внутренней поверхности пузырька, которые углы заключаются между $166^\circ\ 50'$ и 180°.

Мы не будемъ въ числѣ угловъ λ, μ, ν брать ни одного угла въ 90°, ибо сей уголъ приводитъ всегда къ предъидущимъ слѣдствіямъ, т. е. къ углу $\zeta = \delta$, или къ поясу простирающемуся отъ горизонтальнаго круга чрезъ солнце проходящаго до самаго зенита.

Положимъ, что углы λ и μ каждой $= \alpha$, уголъ же ν составляетъ вышеупомянутую величину, то уравненія (B) обратятся въ

$$\begin{aligned} Cos.\psi &= Cos.\alpha.\,Cos.\varphi + Sin.\alpha.\,Sin.\varphi.\,Cos.\pi, \\ &= Cos.\alpha.\,Cos.\nu + Sin.\alpha.\,Sin.\nu.\,Cos.\sigma, \\ Cos.\,\xi &= Cos.\nu.\,Cos.\varphi + Sin.\nu.\,Sin.\varphi.\,Cos.\tau, \\ &= Cos.^2\alpha + Sin.^2\alpha.\,Cos.\varrho. \end{aligned}$$

Если изъ сихъ уравненій выключится уголъ ν, то, по назначеніи $Cos.^2\alpha + Sin.^2\alpha.\ Cos.\varrho$ чрезъ p, получится уравненіе

$$(c)\ldots\left\{\begin{aligned} &Sin.^4\varphi.\,Sin.^2\tau\,(Cos.^2\alpha - Sin.^2\alpha.\,Cos.\pi) \\ &- Sin.^2\varphi.\,\{2\,Cos.^2\alpha - Sin.^2\alpha(Cos.^2\pi + Cos.^2\sigma) \\ &- 2p\,(Cos.^2\alpha - Sin.^2\alpha.\,Cos.\sigma.\,Cos.\tau)\} \\ &+ \tfrac{1}{2}\,Sin.^2 2\alpha.\,Sin.2\varphi\,\{\,Cos.\sigma.Cos.\tau + Sin.^2\alpha. \\ &Cos.\pi\,(1 - Cos.\varrho) - Sin.^2\varphi.\,Sin.^2\tau.\,Cos.\pi\} \\ &+ pp\,(Cos.^2\alpha + Sin.^2\alpha.\,Cos.^2\sigma) + Cos.^2\alpha \\ &- 2p\,Cos.^2\alpha - Sin.^2\alpha.Cos.^2\sigma = 0. \end{aligned}\right.$$

Когда въ семъ уравненіи подставится

$Cos.\varphi = \frac{Cos.\delta}{Cos.\zeta}$, то получится отношеніе между углами δ и ζ и измѣняемыми углами π, ϱ, σ, τ, котораго общее рѣшеніе весьма трудно.

Въ намѣреніи разсмотрѣть только простѣйшіе случаи, назначимъ для π и σ опредѣленныя величины, а имянно положимъ $Cos.\pi = o$ и $Cos.\sigma = o$, то есть $\pi = 90^0$ и $\sigma = 90^0$, то оное уравненіе обратится въ

$$Sin^4.\varphi.Sin^2.\tau - 2Sin^2.\varphi.Sin^2.\alpha(1 - Cos.\varrho) + Sin^4.\alpha(1 - Cos.\varrho)^2 = 0$$

или

$Sin^4.\varphi - 2Sin^2.\varphi.Sin^2.\alpha(1 - Cos.\varrho) + Sin^4.\alpha(1 - Cos.\varrho)^2 = Sin^4.\varphi.Cos^2.\tau$, и, по извлеченіи съ обѣихъ сторонъ квадратныхъ корней,

$$Sin^2.\varphi - Sin^2.\alpha(1 - Cos.\varrho) = \pm Sin^2.\varphi.Cos.\tau;$$

откуда найдется

$$Sin^2.\varphi = \frac{Sin^2.\alpha(1 - Cos.\varrho)}{1 \pm Cos.\tau},$$

и по подставленіи $\frac{Cos.\delta}{Cos.\zeta}$ вмѣсто $Cos.\varphi$ получится

$$Sin^2.\zeta = \frac{(1 \pm Cos.\tau)Sin^2.\delta - Sin^2.\alpha(1 - Cos.\varrho)}{1 \pm Cos.\tau - Sin^2.\alpha(1 - Cos.\varrho)}.$$

Уравненіе сіе откроетъ, что наименьшее измѣненіе въ углѣ ζ при измѣненіяхъ угловъ ϱ и τ произходить будетъ, когда

$$\frac{\delta\varrho.Sin.\varrho}{1 - Cos.\varrho} + \frac{\delta\tau.Sin.\tau}{1 \pm Cos.\tau} = o,$$

а посему $1 - Cos.\varrho = k^2(1 \pm Cos.\tau)$ при величинѣ k^2 постоянной; въ которомъ случаѣ будетъ

$$Sin.^2\zeta = \frac{Sin.^2\delta - kk\,Sin.^2\alpha}{1 - k^2 Sin.^2\alpha},$$

или $Cos.^2\zeta = \dfrac{Cos.^2\delta}{1 - k^2\,Sin.^2\alpha}$;

коего вещественность требуетъ только, чтобъ было $k.\ Sin.\alpha < Sin.\ \delta$. Пусть будетъ $k.\ Sin.\alpha = Sin.\varepsilon$, то будетъ, ε или $180^0 - \varepsilon$, $< \delta$, и $Cos.^2\zeta = \dfrac{Cos.^2\delta}{Cos.^2\varepsilon}$, т.е. $Cos.\zeta = \pm \dfrac{Cos.\delta}{Cos.\varepsilon}$.

Но при $Cos.\pi = 0$ и $Cos.\sigma = 0$ будетъ $Cos.\nu = Cos.\varphi$ или $\nu = \varphi$; въ которомъ случаѣ будетъ вмѣстѣ $Cos.\zeta = \dfrac{Cos.\delta}{Cos.\nu}$, посему $Cos.\varepsilon = \pm\ Cos.\nu$ и $\varepsilon = \nu$ или $\varepsilon = 180^0 - \nu$. Какъ же ν измѣняется отъ $166^0\ 50'$ до 180^0, и $180^0 - \nu$ отъ $13^0\ 10'$ до 0^0; то въ семъ случаѣ произойдетъ полоса простирающаяся отъ $\zeta = \delta$ до $Cos.\zeta = \dfrac{Cos.\delta}{Cos.(13^0 10')}$, то есть горизонтальная полоса проходящая черезъ солнце шириною въ $41'$.

Оное уравненіе (c) будетъ также проще, когда положится

$$Sin.^2\varphi.Sin.^2\tau.Cos.\pi = Cos.\sigma.\,Cos.\tau + Sin.^2\alpha.\,Cos.\pi\,(1 - Cos.\ \varrho),$$

въ которомъ случаѣ будетъ

$$Cos.^2\zeta = \frac{Sin.^2\tau.\ Cos.\pi.\ Cos.^2\delta}{\{Sin.^2\tau - Sin.^2\alpha(1 - Cos.\varrho)\}\ Cos.\pi - Cos.\sigma.Cos.\tau}.$$

Если назначимъ для краткости $Cos.\sigma.Cos.\tau.$ чрезъ q, отъ чего получится

$$Sin.^2\varphi = \frac{q+(1-p)Cos.\pi}{Sin.^2\tau.\ Cos.\pi},$$ и подставимъ въономъ уравненіи (c), то получимъ

$$\left.\begin{array}{l} qq\,(1-Sin.^2\alpha(1+p.Cos.\pi)^2) \\ +q.\,Sin.^2\alpha.\,Cos.\pi\,\{Cos.^2\sigma - Cos.^2\pi \\ +2p.\,Cos.\pi(Cos.\pi - Sin.^2\alpha(1-Cos.\varrho))\} \\ +(1-p)Cos.^2\pi\,\{p\,(Cos.^2\pi - Cos.^2\sigma) \\ -Cos.^2\alpha(p(Cos.^2\pi - Cos.^2\sigma)+(1-p)Cos.^2\tau)\} = o \end{array}\right\} \ldots (c')$$

Изъ уравненія опредѣляющаго косинусъ угла ζ получится, для наименьшаго измѣненія въ углѣ ζ при измѣненіи угловъ π, ϱ, σ и τ, уравненіе $K\delta\pi + L\delta\varrho + M\delta\sigma + N\delta\tau = o$; изъ уравненія же ($c'$), по опредѣленіи угла τ чрезъ три прочіе, получится $\delta\tau = k\delta\pi + l\delta\varrho + m\delta\sigma$; посему оное диффераціальное уравненіе будетъ $(K+kN)\delta\pi + (L+lN)\delta\varrho + (M+mN)\delta\sigma = o$, въ коемъ, по независимости величинъ π, ϱ и σ, надлежитъ положить

$K+kN=o$, $L+lN=o$, $M+mN=o$;

такимъ образомъ получатся три уравненія заключающія въ себѣ три величины, π, ϱ и σ, кои всѣ и опредѣлятся чрезъ уголъ α. Послѣ чего и косинусъ угла ζ опредѣлится чрезъ косинусъ угла δ помноженной на извѣстную функцію угла α. Какъ выкладка сія очень многодѣльна, то я на нее только указываю; впрочемъ увѣренъ, что въ числѣ выраженій, кои такимъ образомъ получены будутъ для косинуса угла ζ, безъ сумнѣнія заключаться

будутъ и тѣ, кои принадлежатъ къ горизонтильнымъ кругамъ показывающимся въ разстояніи отъ солнца на *α* и 2 *α*.

§ 25.

Такимъ образомъ замѣтнѣйшія полосы на небѣ отъ преломленія или отраженія лучей свѣта солнечнаго или луннаго въ воздушномъ горизонтальномъ слоѣ, наполненномъ водяными пузырьками, произойти могущія суть:

I. Первой степени.

1. Окраенная радужными цвѣтами весьма свѣтлая полоса вокругъ свѣтила, въ разстояніи отъ него на 22°, произходящая отъ сліянія съ полосою первой степени нѣсколькихъ полосъ второй и третьей степени.

2. Бѣлая полоса около свѣтила, въ разстояніи отъ него около 90°, съ коею сливаются еще двѣ полосы второй степени.

3. Свѣтлое поле, или поясъ, около свѣтила, простирающееся отъ него, съ уменьшающимся свѣтомъ на 13° 10′, съ коимъ сливается еще не такъ свѣтлое другое поле, простирающееся отъ солнца до 17° 48′.

II. Второй степени.

4. Полоса около свѣтила, отстоящая отъ него на 44° 16′, у коея по краямъ видны радужные цвѣты.

5. Двѣ одинакой свѣтлости полосы около свѣтила, отстоящія отъ него, одна на 68°,

а другая на 112°; кои служить будутъ границею довольно свѣтлому поясу между ними заключающемуся.

6. Свѣтлая бѣлая горизонтальная полоса проходящая чрезъ свѣтило, съ коею сливается нѣсколько полосъ третьей степени.

7. Шесть ровныхъ бѣлыхъ полосъ, или дугъ, взаимно пересѣкающихся, и возвышающихся надъ горизонтомъ до высоты солнца, изъ коихъ каждая стоитъ на дугѣ горизонта равной удвоенной высотѣ солнца, и расположены по три, симметрически, по обѣимъ сторонамъ солнца.

8. Вертикальный свѣтлый полукругъ проходящій чрезъ солнце.

Сверьхъ сего нѣсколько не такъ свѣтлыхъ горизонтальныхъ полосъ въ разныхъ возвышеніяхъ надъ горизонтомъ, измѣняющихъ свое положеніе вмѣстѣ съ высотою солнца.

§ 26.

Во взаимныхъ пересѣчкахъ каждыхъ двухъ изъ сихъ полосъ сливается свѣтъ обѣихъ полосъ, и потому сіи пересѣчки выходятъ гораздо свѣтлѣе самыхъ полосъ. Посему онѣ представляются намъ какъ слабыя свѣтила, подобныя тому, отъ коего происходятъ, и кои, по свойству Славянскаго языка, прилично называть *пасолнцами* и *палунами*, по подобію тому, какъ ненастоящіе сыны и дщери называются пасынками и падщерицами.

Прибавленіе къ § 20^{му}.

Когда изъ уравненій $Cos\,\eta = Cos.\delta.\,Cos.\,\varphi + Sin.\,\delta.\,Sin.\,\varphi.\,Cos.\,\pi$; $Cos.\,\delta = Cos.\,\eta.\,Cos.\,\varphi + Sin.\eta.\,Sin.\varphi.\,Cos.\tau$, посредствомъ уравненія $Sin.\,\varphi = \frac{Sin.\,\lambda\;Cos.\,\theta}{V(1 - Sin.^2\lambda\;Sin.^2\,\varphi)}$, § 17, по назначеніи для краткости $V(1 - Sin.^2\lambda.\,Sin.^2\,\theta) = k$, выключимъ уголъ φ, то получимъ

$k.Cos.\eta = Cos.\lambda.\,Cos.\delta + Sin.\,\lambda.\,Sin.\,\delta.\,Cos.\,\theta.\,Cos.\,\pi$

$k.Cos.\delta = Cos.\lambda.\,Cos.\eta + Sin.\lambda.\,Sin.\eta.\,Cos.\theta.\,Cos.\tau$.

Если назначимъ $Cos.\lambda.\,Cos.\eta + Sin.\lambda.\,Sin.\eta.\,Cos.\theta.\,Cos.\tau = m$, то изъ втораго уравненія получимъ $Cos.\,\delta = \frac{m}{k}$, и $Sin.\,\delta = \frac{V(kk - mm)}{k}$; и когда подставимъ сіи выраженія въ первомъ уравненіи, то получимъ

$kk.Cos.\eta = m.\,Cos.\lambda + Sin.\lambda.\,Cos.\theta.\,Cos.\pi V(kk - mm)$...(b)

Какъ въ семъ уравненіи со стороны угла θ входитъ или $Sin.^2\,\theta$ или $Cos.\,\theta$, то будетъ $\left(\frac{\delta\eta}{\delta\theta}\right) = o$, когда $Sin.\,\theta = o$; въ которомъ случаѣ будетъ $k = 1$, и уравненіе (b) обратится въ

$Cos.\eta = m.\,Cos.\lambda + Sin.\lambda.\,Cos.\pi V(1 - mm)$.

Какъ въ семъ уравненіи со стороны π входитъ только $Cos.\,\pi$, то будетъ $\left(\frac{\delta\eta}{\delta\pi}\right) = o$, когда $Sin.\,\pi = o$, т. е. $\pi = o$ или $= 180^0$; посему будетъ

$$Cos.\,\eta = m.\,Cos.\lambda \pm Sin.\lambda V(1 - mm).$$

Какъ же въ опредѣленіе величины m со стороны τ входитъ только $Cos.\,\tau$, то будетъ $\left(\frac{\delta\eta}{\delta\tau}\right)=o$ при $Sin.\,\tau=o$, а посему при $\tau=o$ или $=180^0$; слѣдовательно будетъ $m=Cos.\lambda.Cos.\eta + Sin.\lambda.\,Sin.\,\eta=Cos.\,(\lambda-\eta)$, и $\sqrt{(1-mm)} = Sin.\,(\lambda-\eta)$, и

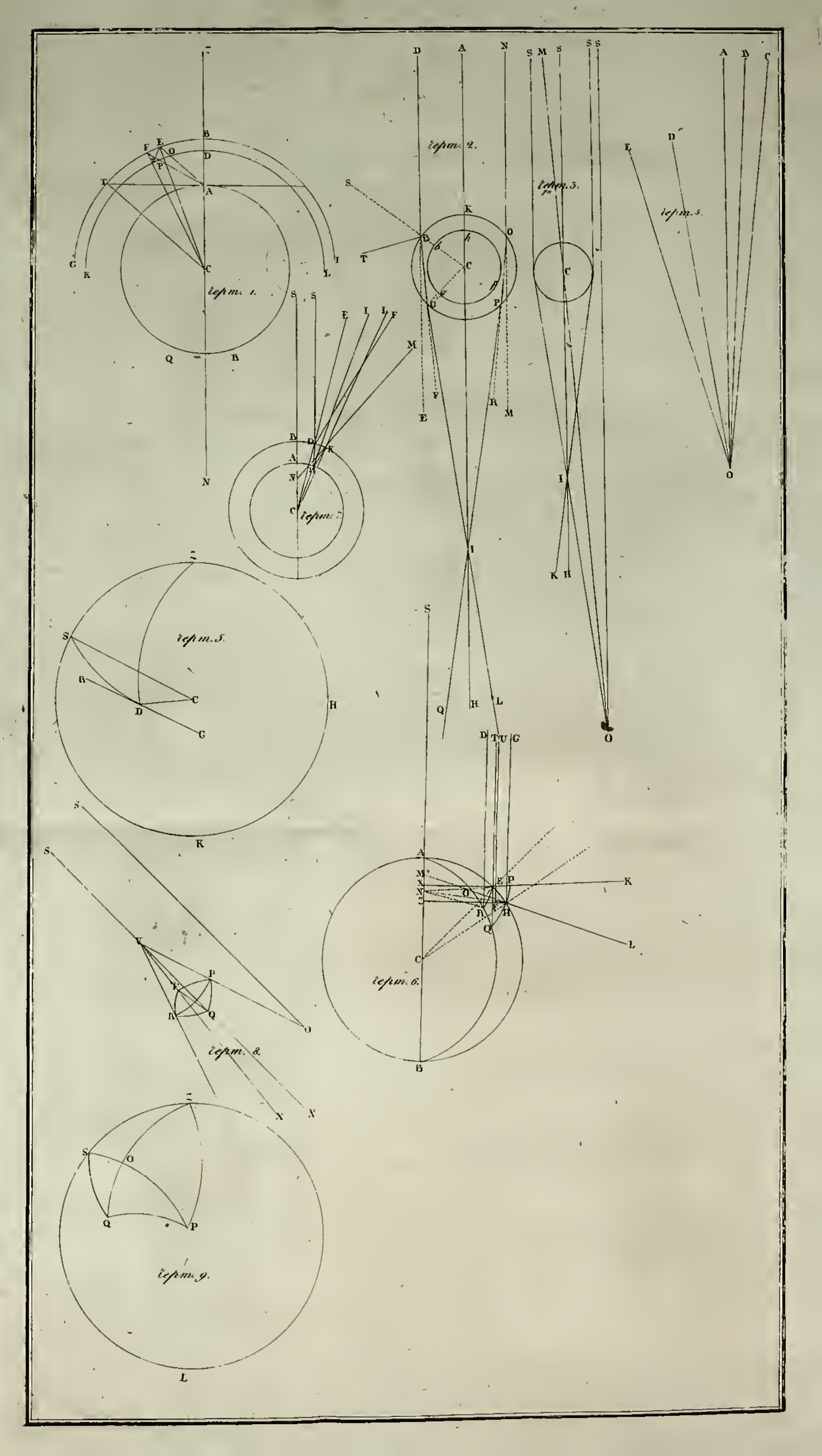
$$Cos.\eta=Cos.\lambda.\,Cos.(\lambda-\eta)\pm Sin.\lambda.\,Sin.(\lambda-\eta),$$

т. е. или $Cos.\eta=Cos.\eta$; или $Cos.\eta=Cos.(2\lambda-\eta)$, т. е. $\eta=2\lambda-\eta$, и $\eta=\lambda$.

Какъ въ первомъ пузырькѣ можетъ быть только по преломленію $\lambda=\alpha$, или сперва по преломленію, потомъ по отраженію въ немъ, и потомъ опять по преломленію $\lambda=2\alpha$; то отъ сей причины могутъ быть двѣ довольно свѣтлыя горизонтальныя полосы; одна въ разстояніи отъ зенита на α, а другая, нѣсколько потемнѣе, въ разстояніи отъ него на 2α; какъ и наблюденія показываютъ.

ОПЕЧАТКИ.

Стран.	*Стр.*	*Напечатано:*	*Вмѣсто:*
3	17	Обяснить	Объяснить
20	23	$Cos.(90^0—\eta)$	$Cos.(90^0—\eta')$
25	14 и 15	$\delta\psi.\ \delta\zeta$	$\delta\varphi.\ \delta\zeta$
28	3	z	ζ
35	7	$4\zeta—2u$	$4\zeta—2\eta$




LUX
LIBERTAS

